МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
Математического и прикладного анализа
А.И. Шашкин
подпись, расшифровка подписи
21.03.2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.11 Математический анализ

1. **Код и наименование направления подготовки:**

15.03.06 Мехатроника и робототехника

2. **Профиль подготовки:** Интеллектуальные системы управления в мехатронике и робототехнике
3. **Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр
4. **Форма обучения:** очная
5. **Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** математического и прикладного анализа
6. **Составители программы:**

Шашкин Александр Иванович, доктор физико-математических наук, профессор,

Половинкин Игорь Петрович, доктор физико-математических наук, доцент

Быкова Мария Игоревна, кандидат физико-математических наук, доцент

7. **Рекомендована:**

НМС факультета 17.03.2025, протокол № 6

8. **Учебный год:** *2025-2026, 2026-2027* **Семестр(ы):** 1-2

9. Цели и задачи учебной дисциплины: *Целями освоения учебной дисциплины являются:* изучение основных математических понятий, их взаимосвязи и развития, а также отвечающих им методов, используемых для анализа, моделирования и решения прикладных задач.
Задачи учебной дисциплины:
- развитие алгоритмического и логического мышления студентов,
-овладение методами исследования и решения математических задач,
- выработка у студентов умения самостоятельно расширять свои математические знания и проводить математический анализ прикладных задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: учебная дисциплина относится к обязательной части Блока 1. Для освоения дисциплины студент должен владеть входными знаниями в объеме курса математики (дисциплины «Алгебра и начала анализа» и «Геометрия») средней школы. Изучение дисциплины Б1.Б.10 Математический анализ осуществляется в тесном взаимодействии с дисциплинами «Алгебра», «Дискретная математика», «Информатика и программирование», Дисциплина *«Математический анализ»* является предшествующей и необходимой для изучения всех математических дисциплин и дисциплин компьютерного цикла учебного плана

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Решает типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, сформулированных в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук	Знать: основные положения, законы и методы фундаментальной математики и естественно-математических дисциплин для понимания сущности проблемы: основные положения теории пределов и непрерывных функций, теории числовых и функциональных рядов, теории интегралов, зависящих от параметра, теории неявных функций и ее приложение к задачам на условный экстремум, теории поля, основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных. Уметь: приводить научные положения и факты для обоснования сущности проблемы определять возможности применения теоретических положений и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач; решать основные задачи на вычисление пределов функций, их дифференцирование и интегрирование, на вычисление интегралов, на разложение функций в ряды; производить оценку качества полученных решений прикладных задач; использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач и выработать способность геометрического видения формального аппарата дисциплины с одной стороны и умение формализовать в терминах дисциплины задачи геометрического и аналитического характера с другой. Владеть: современными проблемами естественных наук и математики, стандартными методами и моделями математического анализа и их применением к решению прикладных задач
		ОПК-1.2	Применяет системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач	
		ОПК-1.3	Осуществляет выбор современных математических инструментальных средств для обработки изучаемых данных в соответствии с поставленной задачей, анализирует результаты расчетов и обосновывает полученные результаты	

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 9/324.

Форма промежуточной аттестации*(зачет/экзамен)* зачет , экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			№ 1	№2
Аудиторные занятия		160		
В том числе:	лекции	64	32	32
	практические	96	48	48
	лабораторные			
Самостоятельная работа		92	46	46
Форма промежуточной аттестации зачет, экзамен		72	36	36
Итого:		324	162	162

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	
		1. Лекции	
1.1	Общие математические понятия, необходимые для изучения математического анализа	1. Множества. Операции над множествами 2. Логические символы. Кванторы существования и всеобщности. Правило отрицания высказывания, записанного с помощью кванторов. Логическое следование. Отрицание логического следования. Необходимое условие. Достаточное условие. Обратная теорема. Необходимое и достаточное условие. Сокращенные обозначения для сумм, произведений 3. Метод математической индукции. Формула бинома Ньютона 4. Рациональные числа и их основные свойства 5. Вещественные числа. Аксиома полноты (непрерывности) множества всех вещественных чисел. Модуль вещественного числа и его геометрический смысл. Изображение вещественных чисел допустимыми десятичными дробями. Промежутки. 6. Множества вещественных чисел ограниченные сверху или снизу. Грани числовых множеств. 7. Свойства модуля. Некоторые, часто используемые соотношения 8. Некоторые конкретные множества вещественных чисел. Окрестности	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671

		9. Расширенная числовая прямая	
1.2	Числовые последовательн о сти. Предел последовательн о сти точек.	10. Понятие последовательности и ее предела 11. Переход к пределу в неравенствах 12. Ограниченность сходящихся последовательностей 13. Бесконечно малые последовательности и их свойства 14. Свойства пределов, связанные с арифметическими действиями над числовыми последовательностями 15. Монотонные последовательности 16. Принцип компактности. Критерий Коши	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671
1.3	Предел и непрерывность функций	17. Понятие переменной величины, функции (отображения). Сюръекция. Инъекция. Биекция. Образ множества при отображении. Множество значений отображения. Обратное отображение. Сужение отображения. Композиция отображений. График отображения. 18. Элементарные функции и их классификация 19. Первое определение предела функции 20. Непрерывность функции 21. Второе определение предела функции 22. Односторонние пределы и односторонняя непрерывность 23. Свойства пределов функций 24. Бесконечно малые и бесконечно большие функции 25. Различные формы записи непрерывности функции в точке 26. Классификация точек разрыва 27. Пределы монотонных функций 28. Критерий Коши существования предела функции 29. Предел и непрерывность композиции функций 30. Свойства непрерывных функций на промежутках 31. Обратная функция 32. Непрерывность элементарных функций	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671
		33. Замечательные пределы 34. Сравнение функций в окрестности заданной точки	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671

1.4	Дифференциальное исчисление функции одной вещественной переменной	35. Производная функции одной вещественной переменной в точке. 36. Дифференциал функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Односторонние производные. Критерий существования производной функции одной вещественной переменной в точке в терминах односторонних производных 37. Геометрический смысл производной и дифференциала 38. Физический смысл производной и дифференциала 39. Свойства производных, связанные с арифметическими действиями над функциями 40. Производная обратной функции 41. Производная и дифференциал сложной функции 42. Производные элементарных функций 43. Производные высших порядков 44. Производные высших порядков сложных функций, обратных функций и функций, заданных параметрически 45. Дифференциалы высших порядков	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671
1.5	Теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения	46. Экстремум функции 47. Теоремы о средних значениях 48. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя. 49. Многочлен Тейлора для функции одной вещественной переменной. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано 50. Исследование функций. Локальные экстремумы функций одной вещественной переменной. Теорема Ферма о необходимом условии локального экстремума. Достаточные условия экстремума функции одной вещественной переменной в точке 51. Выпуклость функции одной вещественной переменной на промежутке. Необходимое и достаточное условие нестрогой выпуклости дифференцируемой на промежутке функции 52. Точки перегиба функции (графика функции) одной вещественной переменной. Необходимое условие перегиба. Достаточное условие перегиба. 53. Асимптоты функции одной вещественной переменной	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671

1.6	Неопределенный интеграл функции одной вещественной переменной	54. Первообразная на промежутке функция и неопределенный интеграл 55. Основные свойства интеграла 56. Табличные интегралы 57. Формулы замены переменной 58. Формула интегрирования по частям 59. Интегрирование рациональных дробей. Общий случай 60. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей 61. Интегрирование квадратичных иррациональностей 62. Интегрирование некоторых трансцендентных функций	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671
1.7	Интегрируемость по Риману функции одной вещественной переменной на отрезке. Определенный	63. Понятие интегральной суммы и ее предела. Геометрический смысл интегральной суммы Римана 64. Верхние и нижние суммы Дарбу и их свойства 65. Свойства определенного интеграла 66. Существование первообразной у любой непрерывной функции 67. Необходимое и достаточное условие интегрируемости по	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671
	интеграл Римана. Несобственный интеграл от функции одной вещественной переменной	Риману ограниченной функции 68. Интеграл с переменным верхним пределом. Непрерывность интеграла с переменным верхним пределом. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом 69. Основная формула интегрального исчисления. 70. Приложения определенного интеграла 71. Понятие о несобственных интегралах	
1.8	Числовые ряды	72. Понятие о сходящихся и расходящихся рядах 73. Критерий Коши сходимости числового ряда и следствие из него 74. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости. 75. Признаки Даламбера и Коши сх 76. Абсолютная и условная сходимость рядов с членами любого знака	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671
1.9	Степенные ряды	77. Определение степенного ряда. Теорема Коши-Адамара 78. Разложение функции в степенной ряд 79. Единственность разложения в степенной ряд. Ряд Тейлора.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671

1.10	Дифференциальное исчисление функций многих вещественных переменных	80. Функции двух переменных 81. Предел и непрерывность функции 82. Непрерывность функции двух переменных по одной переменной 83. Частные производные 84. Частные производные высших порядков 85. Частные производные сложных функций 86. Производная неявной функции 87. Формула Тейлора функции двух переменных 88. Максимумы и минимумы функции двух переменных 89. Дифференциал функции двух переменных 90. Производная по направлению. Градиент 91. Формула Тейлора для функции нескольких переменных	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671
1.11	Криволинейные интегралы	92. Непрерывная кривая в евклидовом пространстве, параметр кривой. Непрерывно дифференцируемая кривая. Простая кривая. Ориентация кривой 93. Определение и физический смысл криволинейных интегралов 94. Существование криволинейных интегралов и сведение их к определенным интегралам 95. Криволинейные интегралы 1-го рода. Определение и формула для вычисления. Свойства интегралов 1-го рода. 96. Криволинейные интегралы 2-го рода. Определение и формула для вычисления. Свойства интегралов 2-го рода. 97. Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода.	
1.12	Кратные интегралы	98. Определение кратного интеграла Римана по параллелепипеду и на измеримом множестве. 99. Сведение кратного интеграла к повторному	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671
1.13	Ряды Фурье	100. Определение ряда Фурье для абсолютно интегрируемой функции.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671
2. Практические занятия			
2.1	Общие математические понятия, необходимые для изучения	1. Множества. Операции над множествами 2. Логические символы. Кванторы существования и всеобщности. Правило отрицания высказывания, записанного с	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671

		помощью кванторов. Логическое следование. Отрицание логического следования. Необходимое условие. Достаточное	
	математическог о анализа	условие. Обратная теорема. Необходимое и достаточное условие. Сокращенные обозначения для сумм, произведений 3. Метод математической индукции. Формула бинома Ньютона 4. Рациональные числа и их основные свойства 5. Вещественные числа. Аксиома полноты (непрерывности) множества всех вещественных чисел. Модуль вещественного числа и его геометрический смысл. Изображение вещественных чисел допустимыми десятичными дробями. Промежутки. 6. Множества вещественных чисел ограниченные сверху или снизу. Грани числовых множеств. 7. Свойства модуля. Некоторые, часто используемые соотношения 8. Некоторые конкретные множества вещественных чисел. Окрестности 9. Расширенная числовая прямая	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671
2.2	Числовые последовательн о сти. Предел последовательн о сти точек.	10. Понятие последовательности и ее предела 11. Переход к пределу в неравенствах 12. Ограниченность сходящихся последовательностей 13. Бесконечно малые последовательности и их свойства 14. Свойства пределов, связанные с арифметическими действиями над числовыми последовательностями 15. Монотонные последовательности 16. Принцип компактности. Критерий Коши	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671
2.3	Предел и непрерывность функций	17. Понятие переменной величины, функции (отображения). Сюръекция. Инъекция. Биекция. Образ множества при отображении. Множество значений отображения. Обратное отображение. Сужение отображения. Композиция отображений. График отображения. 18. Элементарные функции и их классификация 19. Первое определение предела	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671

		функции 20. Непрерывность функции 21. Второе определение предела функции 22. Односторонние пределы и односторонняя непрерывность 23. Свойства пределов функций 24. Бесконечно малые и бесконечно большие функции 25. Различные формы записи непрерывности функции в точке 26. Классификация точек разрыва 27. Пределы монотонных функций 28. Критерий Коши существования предела функции 29. Предел и непрерывность композиции функций 30. Свойства непрерывных функций на промежутках 31. Обратная функция 32. Непрерывность элементарных функций 33. Замечательные пределы 34. Сравнение функций в окрестности заданной точки	
2.4	Дифференциальное исчисление функции одной вещественной переменной	35. Производная функции одной вещественной переменной в точке. 36. Дифференциал функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Односторонние производные. Критерий существования производной функции одной вещественной переменной в точке в терминах односторонних производных 37. Геометрический смысл производной и дифференциала 38. Физический смысл производной и дифференциала	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671
		39. Свойства производных, связанные с арифметическими действиями над функциями 40. Производная обратной функции 41. Производная и дифференциал сложной функции 42. Производные элементарных функций 43. Производные высших порядков 44. Производные высших порядков сложных функций, обратных функций и функций, заданных параметрически 45. Дифференциалы высших порядков	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671

2.5	Теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения	46. Экстремум функции 47. Теоремы о средних значениях 48. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя. 49. Многочлен Тейлора для функции одной вещественной переменной. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано 50. Исследование функций. Локальные экстремумы функций одной вещественной переменной. Теорема Ферма о необходимом условии локального экстремума. Достаточные условия экстремума функции одной вещественной переменной в точке 51. Выпуклость функции одной вещественной переменной на промежутке. Необходимое и достаточное условие нестрогой выпуклости дифференцируемой на промежутке функции 52. Точки перегиба функции (графика функции) одной вещественной переменной. Необходимое условие перегиба. Достаточное условие перегиба. 53. Асимптоты функции одной вещественной переменной	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671
2.6	Неопределенный интеграл функции одной вещественной переменной	54. Первообразная на промежутке функция 55. Основные свойства интеграла 56. Табличные интегралы 57. Формулы замены переменной 58. Формула интегрирования по частям 59. Интегрирование рациональных дробей. Общий случай 60. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей 61. Интегрирование квадратичных иррациональностей 62. Интегрирование некоторых трансцендентных функций	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671

2.7	Интегрируемость по Риману функции одной вещественной переменной на отрезке. Определенный интеграл Римана. Несобственный интеграл от функции одной вещественной переменной	63. Понятие интегральной суммы и ее предела. Геометрический смысл интегральной суммы Римана 64. Верхние и нижние суммы Дарбу и их свойства 65. Свойства определенного интеграла 66. Существование первообразной у любой непрерывной функции 67. Необходимое и достаточное условие интегрируемости по Риману ограниченной функции 101. Интеграл с переменным верхним пределом. Непрерывность интеграла с переменным верхним пределом. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом 102. Основная формула интегрального исчисления. 103. Приложения определенного интеграла 104. Понятие о несобственных интегралах	
2.8	Числовые ряды	68. Понятие о сходящихся и расходящихся рядах 69. Критерий Коши сходимости числового ряда и следствие из него 70. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости. 71. Признаки Даламбера и Коши сходимости числового ряда с	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671
		положительными членами 72. Абсолютная и условная сходимость рядов с членами любого знака	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671
2.9	Степенные ряды	73. Определение степенного ряда. Теорема Коши-Адамара 74. Разложение функции в степенной ряд 75. Единственность разложения в степенной ряд. Ряд Тейлора.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671
2.10	Дифференциальное исчисление функций многих вещественных переменных	76. Функции двух переменных 77. Предел и непрерывность функции 78. Непрерывность функции двух переменных по одной переменной 79. Частные производные 80. Частные производные высших порядков 81. Частные производные сложных функций 82. Производная неявной функции 83. Формула Тейлора функции двух переменных 84. Максимумы и минимумы функции двух переменных	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671

		85. Дифференциал функции двух переменных 86. Производная по направлению. Градиент 87. Формула Тейлора для функции нескольких переменных	
2.11	Криволинейные интегралы	88. Непрерывная кривая в евклидовом пространстве, параметр кривой. Непрерывно дифференцируемая кривая. Простая кривая. Ориентация кривой 89. Определение и физический смысл криволинейных интегралов 90. Существование криволинейных интегралов и сведение их к определенным интегралам 91. Криволинейные интегралы 1-го рода. Определение и формула для вычисления. Свойства интегралов 1-го рода. 92. Криволинейные интегралы 2-го рода. Определение и формула для вычисления. Свойства интегралов 2-го рода. 93. Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671
2.12	Кратные интегралы	94. Определение кратного интеграла Римана по параллелепипеду и на измеримом множестве. 95. Сведение кратного интеграла к повторному	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671
2.13	Ряды Фурье	96. Определение ряда Фурье для абсолютно интегрируемой функции.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671

9.1. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.1	Общие математические понятия, необходимые для изучения математического анализа	4	4		6	12

1.2	Числовые последовательности. Предел последовательности точек.	6	10		8	18
1.3	Предел и непрерывность	6	8		8	19

	функций					
1.4	Дифференциальное исчисление функции одной вещественной переменной	6	10		8	19
1.5	Теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения	5	5		6	17
1.6	Неопределенный интеграл функции одной вещественной переменной	6	12		8	19
1.7	Интегрируемость по Риману функции одной вещественной переменной на отрезке. Определенный интеграл Римана. Несобственный интеграл от функции одной вещественной переменной	4	10		6	19
1.8	Числовые ряды	6	10		8	19
1.9	Степенные ряды	3	4		4	13
1.10	Дифференциальное исчисление функций многих вещественных переменных	6	8		10	21
1.11	Криволинейные интегралы	4	4		8	14
1.12	Кратные интегралы	4	5		6	14
1.13	Ряды Фурье	4	6		6	10
	Итого с учетом экзамена:	64	96		92	324

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: указание наиболее сложных разделов, работа с конспектами лекций, презентационным материалом, рекомендации по выполнению курсовой работы, по организации самостоятельной работы по дисциплине и др)
Освоение дисциплины «**Математический анализ**» включает лекционные занятия, практические занятия и самостоятельную работу обучающихся.
На первом занятии студент получает информацию для доступа к комплексу учебно-методических материалов.
Лекционные занятия посвящены рассмотрению теоретических основ составляющих современные научные направления теории упругости, ключевых принципов, базовых понятий, стандартов и методологий.
Практические занятия предназначены для формирования умений и навыков, закрепленных компетенций по ОПОП. Они организовываются в виде работы над практическими заданиями, домашние задания, собеседования, выполнение реферата.
Самостоятельная работа студентов включает в себя проработку учебного материала лекций, разбор заданий, подготовку к контрольным работам.
Для успешного освоения дисциплины рекомендуется подробно конспектировать лекционный материал, просматривать основную и дополнительную литературу по соответствующей теме, чтобы

систематизировать изучаемый материал.
Текущая аттестация. В течение семестра обучающимся предлагается выполнить практические, домашние задания и контрольную работу. Промежуточная аттестация проводится в форме собеседования на основе вопросов из п.20.2 .
При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения следует выполнять все указания преподавателя по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	*Шашкин А.И. Математический анализ: учебник / Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2016. – 235 с. ISBN 978-5-9273-2375-3*
2	Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа : учебник для студ. вузов, обуч. по естественно-научным и техническим направлениям и специальностям : в 3 т. / Л.Д. Кудрявцев .— М. : Дрофа, 2006 *http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=82814*
3	Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа : учебник для бакалавров : [для студ. вузов, обуч по естественнонауч. и техн. направлениям и специальностям] / Л.Д. Кудрявцев ; Моск. физ.-техн. ин-т (Гос. ун-т) .— Москва : Юрайт, 2012-. Т. 2 .— 6-е изд. — 2012 .— 720 с. *http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=82818*

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1.	Кудрявцев, Л.Д. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды – 2008. – 400 с. https://e.lanbook.com/book/2224
2.	Кудрявцев, Л.Д. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ – 2003. – 424 с. https://e.lanbook.com/book/2225
3	Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа . Санкт-Петербург : Лань, 2019. – 492 с. https://e.lanbook.com/book/111199
	Украинский, П.С. Методы вычисления тройных и поверхностных интегралов. Приложения к задачам геометрии и механики : учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: П.С. Украинский, Г.А. Виноградова .– Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011 .– 24 с. http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-15.pdf
	Предел без секретов [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [для студ. 1 к. очной и очно-заочной форм обучения фак. приклад. математики, информатики и механики ; для направлений : 010400.62- Прикладная математика и информатика, 010300.62 - Фундаментальная информатика и информ. технологии, 010500 - Мат. обеспечение и администрирование информ. систем, , 010800.62 - Механика и мат. моделирование,080500.62 - Мехатроника и робототехника] / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: П.С. Украинский и др.] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015 http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-61.pdf

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)***:**

№	Источник

п/п	
1.	http://biblioclub.ru/
2.	«https://e.lanbook.com/book/
3.	http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы *(учебно-методические рекомендации, пособия, задачники, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)*
Самостоятельная работа обучающегося должна включать подготовку к практическим занятиям, контрольной работе и подготовку к промежуточной аттестации.
Для обеспечения самостоятельной работы студентов в электронном курсе дисциплины на образовательном портале «Электронный университет ВГУ» сформирован учебно-методический комплекс, который включает в себя: программу курса, учебные пособия и справочные материалы, методические указания по выполнению заданий. Студенты получают доступ к данным материалам на первом занятии по дисциплине. Указанные в учебно-методическом комплексе **Математический анализ**, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671 учебные пособия и справочные материалы

№ п/п	Источник
1	*Шашкин А.И. Математический анализ: учебник / Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2016. – 235 с. ISBN 978-5-9273-2375-3*
2	Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа : учебник для студ. вузов, обуч. по естественно-научным и техническим направлениям и специальностям : в 3 т. / Л.Д. Кудрявцев .— М. : Дрофа, 2006 *http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=82814*
3	Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа : учебник для бакалавров : [для студ. вузов, обуч по естественнонауч. и техн. направлениям и специальностям] / Л.Д. Кудрявцев ; Моск. физ.-техн. ин-т (Гос. ун-т) .— Москва : Юрайт, 2012-. Т. 2 .— 6-е изд. — 2012 .— 720 с. *http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=82818*
4.	Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа . Санкт-Петербург : Лань, 2019. – 492 с. https://e.lanbook.com/book/111199

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости):

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале. Применяются разные типы лекций (вводная, обзорная, информационная, проблемная).

Информационные технологии для реализации учебной дисциплины:

- технологии синхронного и асинхронного взаимодействия студентов и преподавателя посредством служб (сервисов) по пересылке и получению электронных сообщений, в том числе, по сети Интернет а также другие Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.;

- сервис электронной почты для оперативной связи преподавателя и студентов.

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, для организации самостоятельной работы обучающихся используется онлайн-курс **Аналитические методы решения уравнений механики сплошной среды**, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10671, размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также другие Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины: Учебная аудитория для проведения лекций специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).

Учебная аудитория для практических занятий: специализированная мебель, персональные компьютеры в количестве, обеспечивающем возможность индивидуальной работы, компьютер преподавателя, мультимедийное оборудование (проектор, экран).

Для самостоятельной работы необходимы компьютерные классы, помещения, оснащенные компьютерами с доступом к сети Интернет.

Программное обеспечение: ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами (MS Office, МойОфис, LibreOffice)

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.1	Общие математические понятия, необходимые для изучения математического анализа	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практические задания, *Контрольная работа№1*
1.2	Числовые последовательности. Предел последовательности точек.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практические задания, *Контрольная работа№1*
1.3	Предел и непрерывность	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практические задания, *Контрольная работа№1*
1.4	Дифференциальное исчисление функции одной вещественной переменной	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практические задания, *Контрольная работа№1*
1.5	Теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практические задания,
1.6	Неопределенный интеграл функции одной вещественной переменной	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практические задания, *Контрольная работа№2*
1.7	Интегрируемость по Риману функции одной вещественной	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практические задания, *Контрольная работа№2*

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	переменной на отрезке. Определенный интеграл Римана. Несобственный интеграл от функции одной вещественной переменной			
1.8	Числовые ряды	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практические задания, *Контрольная работа№3*
1.9	Степенные ряды	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практические задания, *Контрольная работа№3*
1.10	Дифференциальное исчисление функций многих вещественных переменных	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практические задания, *Контрольная работа№3*
1.11	Криволинейные интегралы	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практические задания, *Контрольная работа№3*
1.12	Кратные интегралы	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практические задания, *Контрольная работа№3*
1.13	Ряды Фурье	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практические задания, *Контрольная работа№3*
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет, экзамен				*Перечень вопросов и практических заданий к зачету, экзамену, КИМ для зачета, экзамена* *Перечень тестовых вопросов*

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Практические задания/

(наименование оценочного средства текущего контроля успеваемости)

Перечень практических заданий

1. $y = e^x \arcsin\sqrt{\dfrac{e^x}{e^x+1}}$
2. $y = 2x^{\log_x e}\sin^{1+\ln x} x$
3. Найти дифференциал $d(\cos(2tgx))$
4. Найти производную второго порядка функции $y=\cos^2 x$
5. Указать множество точек, в которых непрерывна функция, найти ее точки разрыва, установить их род, нарисовать график функции $y=\begin{cases}\cos x, & -\pi/2 \le x < \pi/4 \\ 1, & x=\pi/4\end{cases}$.

$$\left\{ x^2-\pi^2/6, \qquad \pi/4 < x \le \pi \right.$$

6. Найти точки разрыва функции, установить их род, доопределить функцию по непрерывности в точках устранимого разрыва $y=\dfrac{\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}}{\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x}}$

7. Найти $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3}{1-\sqrt[2n]{n}}-\dfrac{2}{1-\sqrt[3n]{n}}$

8. Найти $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-2x+1}{x^8-2x+1}$

9. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{27+x}-\sqrt[3]{27-x}}{x+2\sqrt[3]{x^4}}$

10. Найти $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin x}{\pi^2-x^2}$

11. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+xe^x)}{\ln(x+\sqrt{1+x^2})}$

12. Найти $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^x-a^a}{x-a}$.

13. Найти дифференциал $d(\sqrt[3]{x^3+\arcsin 5x})$.

Описание технологии проведения Проводится путем проверки выполненных упражнений

Критерии и шкалы оценивания

Оценка	Критерии оценок
Отлично	Правильное решение задачи. Получены основные характеристики объектов
Хорошо	*Правильное решение задачи. Получены основные характеристики объектов, но есть некоторые ошибки.*
Удовлетворительно	*Неправильное решение задачи, но верно выбран метод решения.*
Неудовлетворительно	*Неправильное решение задачи, причем неверно выбран метод решения.*

Контрольная работа №1

Пример варианта контрольной работы

Найти предел последовательности

lim x ▪ (2n ▪ 1)!▪(2n ▪ 2)!
n (2n ▪ 3)!

Записать в терминах неравенств

f (x) ▪ ▪ ▪
x▪a

Найти предел
lim x($\sqrt{x^2+1}$ ▪ x)
x▪ ▪ ▪ .

Найти предел
lim x 2 ▪ 5x ▪ 1
x▪ ▪
3x ▪ 7

Контрольная работа №2

Пример варианта контрольной работы

Вариант 1

1. *Вычислить* $\int \frac{2-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}}dx$.
2. *Найти* $\int \frac{e^x}{\sqrt{16-e^x}}dx$.
3. *Вычислить* $\int e^{2x} x dx$.
4. *Вычислить* $\int \frac{dx}{x(1+x)}$.

Контрольная работа №3

Пример варианта контрольной работы

Вариант 1

1. *Найти частные производные первого и второго порядков функции* $u = \frac{x}{y}$.
2. *Найти дифференциалы первого и второго порядков функции* $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$.
3. *Найти градиент функции* $z = x^2 - y^2$ *в точке* $M(1;1)$.
4. *Исследовать на экстремум функцию двух переменных* $z = x^2 - (y-1)^2$.

Описание технологии проведения Проводится на практическом занятии, время проведения 2 часа. Результаты предоставляются на проверку в письменном виде.

Критерии и шкалы оценивания

Оценка	Критерии оценок
Отлично	Правильное решение задачи. Получены основные характеристики объектов
Хорошо	*Правильное решение задачи. Получены основные характеристики объектов, но есть некоторые ошибки.*
Удовлетворительно	*Неправильное решение задачи, но верно выбран метод решения.*
Неудовлетворительно	*Неправильное решение задачи, причем неверно выбран метод решения.*

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

КИМ для зачета

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра математического и прикладного анализа
(наименование кафедры)

Комплект заданий для зачета

по дисциплине Б1.О.11 Математический анализ

Тема *Предел*

Вариант 1

1. *Дать определение в кванторах* $a = \lim\limits_{n\to\infty} x_n$.
2. *Доказать, используя определение, что* $\lim\limits_{n\to\infty} \lg n = +\infty$
3. *Найти предел последовательности* $x_n = \dfrac{(2n+1)!+(2n+2)!}{(2n+3)!}$
4. *Записать в терминах неравенств* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$
5. *Найти предел* $\lim\limits_{x\to+\infty} x(\sqrt{x^2+1} - x)$.
6. *Найти предел* $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2-5x+1}{3x+7}$

Вариант 2

1. *Дать определение в кванторах* $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a - 0$.
2. *Доказать, используя определение, что* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n_2}{n+1} = \infty$
3. *Найти предел последовательности* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1000n}{n^2+1}$
4. *Записать в терминах неравенств* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = A$
5. $\lim\limits_{x\to7} \dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$.
6. $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{x^2-2x}{x^2-4x+4}$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра математического и прикладного анализа
(наименование кафедры)

по дисциплине Б1.О.11 Математический анализ

Тема *Исследование функций*

Вариант 1

1. *Найти производную функции* $\sin\sqrt[3]{1-x^2}$
2. *Найти производную функции* $(\arcsin x)^{\ln x}$
3. *Найти точки разрывов функции* $y=\dfrac{\cos(\pi x)}{2x^3-x^2}$ *и установить их род*
4. *Найти предел* $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^x-1}{\ln x}$
5. *Найти предел* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cos x-\sin x}{x^3}$

Вариант 2

1. *Найти производную функции* $\sin(arctgx)$
2. *Найти производную функции* $(\sqrt{1-x^2})^{\ln x}$
3. *Найти точки разрывов функции* $y=e^{\frac{\sin x}{|x|}}$ *и установить их род*
4. *Найти предел* $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\arcsin x}{x}\right)^{1/x^2}$
5. *Найти предел* $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{tgx}{tg5x}$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра математического и прикладного анализа
(наименование кафедры)

по дисциплине Б1.О.11 Математический анализ

Тема *Неопределенный интеграл*

Вариант 1

5. *Вычислить* $\int \frac{2-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}}dx$.

6. *Найти* $\int \frac{e^x}{\sqrt{16-e^x}}dx$.

7. *Вычислить* $\int e^{2x}xdx$.

8. *Вычислить* $\int \frac{dx}{x(1+x)}$.

Вариант 2

5. *Вычислить* $\int \frac{dx}{x\ln x}$.

6. *Найти* $\int \sqrt{x}\cdot\frac{dx}{1-x}$.

7. *Вычислить* $\int x\ln(x)dx$.

8. *Найти* $\int \sin x\cos^2 xdx$.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра математического и прикладного анализа
(наименование кафедры)

по дисциплине Б1.О.11 Математический анализ

Тема *Определенный интеграл*

Вариант 1

9. *Вычислить* $\int_0^a x\sqrt{a^2-x^2}dx$.

10. *Вычислить* $\int_{-1}^0 (x+2)^3\ln(x+2)dx$.

11. Вычислить $\int_{-1}^{1} \frac{xdx}{x^2+x+1}$.

12. Найти площадь, ограниченную кривыми $y = \frac{2a}{3}\cos x,\ \ y = atgx,\quad x = 0.$

Вариант 2

13. Вычислить $\int_{0}^{1} \frac{xdx}{x^4+1}$.

14. Вычислить $\int_{0}^{\frac{3}{4}} \frac{(x-1)dx}{\sqrt{x^2+1}}$.

15. Вычислить $\int_{0}^{1} x\, arctgxdx$

16. Найти площадь, ограниченную кривыми $y = x^2e^{-x},\quad y = 0,\quad x = 2.$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра математического и прикладного анализа

(наименование кафедры)

по дисциплине Б1.О.11 Математический анализ

Тема *Дифференциальное исчисление функции многих вещественных переменных*

Тема *Дифференциальное исчисление функции многих вещественных переменных*

Вариант 1

17. Найти частные производные первого и второго порядков функции $u = \frac{x}{y}$.

18. Найти дифференциалы первого и второго порядков функции $u = \ln\sqrt{x^2+y^2}$.

19. Найти градиент функции $z = x^2 - y^2$ в точке $M(1;1)$.

20. Исследовать на экстремум функцию двух переменных $z = x^2 - (y-1)^2$.

Вариант 2

21. Найти частные производные первого и второго порядков функции $u = \sqrt{x^2+y^2}$.

22. Найти дифференциалы первого и второго порядков функции $u = e^{xy}$.

23. Найти градиент функции $z = \ln\left(x^2 + y^2\right)$.

24. Исследовать на экстремум функцию двух переменных $z = x^3 + y^3 - 3xy$.

Описание технологии проведения Зачет проводится на основе КИМ.

Критерии оценки:

- *оценка «зачтено» выставляется, если решено более половины задач;*

Оценка промежуточной аттестации формируется как интегральная оценка по следующей формуле:

$$Q_{проматтест} = 0{,}5Q_{текаттес} + 0{,}5Q_{зачет}$$

При округлении оценки используется правило округления. При получении оценки менее 3 баллов - выставляется «не зачтено». Считается, что контрольная работа должна быть оценена на 3 и более.

Студент, выполнивший в полном объеме программу курса (выполнено практическое здание с оценкой «отлично» и/или «хорошо» (контрольная работа с оценкой «отлично» и/или «хорошо») и имеющий посещаемость занятий 75% и более, на усмотрение преподавателя может быть освобожден от вопросов к зачету. В этом случае промежуточная аттестация осуществляется по текущей аттестации. Итоговая оценка в этом случае, выставляется как балл по практическому заданию+контрольная работа.

Зачет может проводится в виде теста в электронной образовательной среде «Электронный университет ВГУ». Большая часть вопросов проверяется автоматически, проверки преподавателем с ручным оцениванием требуют только расчетные задачи, практико-ориентированные задачи

Перечень заданий теста

ОПК-1

1) <u>закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):</u>

ЗАДАНИЕ 1.1. Укажите названия, соответствующие описаниям числовых множеств:

– $\left\{\frac{a}{b}\middle|\, a - \text{целое}, b - \text{натуральное}\right\}$
– $\{0;\ \pm2;\ \pm4; \dots\}$
– $\{0;\ \pm1;\ \pm2; \dots\}$
– $\{1;\ 2;\ 3; \dots\}$

Варианты для выбора:

– множество рациональных чисел
– множество четных чисел
– множество целых чисел
– множество натуральных чисел

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных множеств.

ЗАДАНИЕ 1.2. Установите соответствие между описаниями операций над множествами и названиями операций:

– Множество, состоящее из всех тех элементов, каждый из которых принадлежит хотя бы одному из множеств A и B

– Множество, состоящее из тех элементов, каждый из которых принадлежит как множеству A, так и множеству **B**

– Множество, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат множеству A, но не принадлежат множеству B

Варианты для выбора:

– объединение (сумма) множеств A и B

– пересечение множеств А и В
– разность множеств А и В

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных определений.

ЗАДАНИЕ 1.3. Установите соответствие между обозначениями и наименованиями логических символов:

– $\exists$
– $\Rightarrow$
– $\wedge$
– $\vee$
– $\Leftrightarrow$
– $\forall$
– $\neg$

Варианты для выбора:

– квантор существования
– импликация
– конъюнкция
– дизъюнкция
– эквивалентность
– квантор общности
– отрицание (инверсия)

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных символов.

ЗАДАНИЕ 1.4. Выберите верный ответ
Если выполнено утверждение

$$\exists(m \in \mathbb{R})\forall(x \in X)[x \geq m]$$

множество X является

– полным
– **ограниченным снизу**
– монотонным
– конечным

ЗАДАНИЕ 1.5. Выберите ограниченные снизу множества

– $\mathbb{N}$
– $\mathbb{Z}$
– $\{x|(x \in \mathbb{R}) \wedge (\sin x = 1)\}$
– $\boldsymbol{\{x|(x \in \mathbb{R}) \wedge (x > 153)\}}$
– $\mathbb{R}$
– $\{x|(x \in \mathbb{R}) \wedge (x \vdots 2)\}$

ЗАДАНИЕ 1.6. Установите соответствие между наименованиями и описаниями числовых промежутков:

– $\{x|(x \in \mathbb{R}) \wedge (a < x \leq b)\}$
– $\{x|(x \in \mathbb{R}) \wedge (a < x < b)\}$
– $\{x|(x \in \mathbb{R}) \wedge (x \geq a)\}$

Варианты для выбора:

– полуинтервал
– интервал
– полупрямая

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных промежутков.

ЗАДАНИЕ 1.7. Выберите верный ответ
Если выполнено условие

$$\forall\big(M|(M \in \mathbb{R}) \wedge (M > 0)\big)\exists(n_0 \in \mathbb{N})\forall\big(n|(n \in \mathbb{N}) \wedge (n \geq n_0)\big)[|x_n| > M]$$

числовая последовательность $\{x_n\}$ называется

– знакопеременной

- **бесконечно большой**
- предельной
- сходящейся

ЗАДАНИЕ 1.8. Выберите верный ответ
Если выполнено условие

$$\exists(M \in \mathbb{R})\forall(i \in \mathbb{N})[x_i \leq M]$$

числовая последовательность $\{x_n\}$ называется
- предельной
- сходящейся
- монотонной
- **ограниченной сверху**

ЗАДАНИЕ 1.9. Выберите сходящиеся последовательности
- $\boldsymbol{\left\{\frac{(-1)^n}{n+2}\right\}_{n=1}^{\infty}}$
- $\{(-1)^n \cdot n\}_{n=1}^{\infty}$
- $\{(-1)^n\}_{n=1}^{\infty}$
- $\left\{\frac{(-1)^n \cdot n^3}{n+2}\right\}_{n=1}^{\infty}$
- $\boldsymbol{\left\{\frac{1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty}}$

ЗАДАНИЕ 1.10. Выберите ограниченные последовательности
- $\boldsymbol{\left\{\frac{(-1)^n}{n+2}\right\}_{n=1}^{\infty}}$
- $\{(-1)^n \cdot n\}_{n=1}^{\infty}$
- $\boldsymbol{\{(-1)^n\}_{n=1}^{\infty}}$
- $\left\{\frac{(-1)^n \cdot n^3}{n+2}\right\}_{n=1}^{\infty}$
- $\boldsymbol{\left\{\frac{1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty}}$

ЗАДАНИЕ 1.11. Выберите верный ответ
Для того, чтобы возрастающая числовая последовательность сходилась, необходимо и достаточно, чтобы она была … .
- ограничена снизу
- **ограничена сверху**
- конечна
- монотонна

ЗАДАНИЕ 1.12. Выберите верный ответ
Функция $\alpha(x)$ имеет в точке a более высокий порядок малости, чем функция $\beta(x)$, если
- $\lim_{x\to a}\frac{\beta(x)}{\alpha(x)} = 5$
- $\boldsymbol{\lim_{x\to a}\frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 0}$
- $\lim_{x\to a}\frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1$
- $\lim_{x\to a}\frac{\beta(x)}{\alpha(x)} = 0$

ЗАДАНИЕ 1.13. Установите соответствие между определениями и наименованиями типов пределов функции (по Гейне):
- $\forall(\{x_n\}: \lim_{n\to\infty} x_n = a, x_n < a)[\{f(x_n)\}: \lim_{n\to\infty} f(x_n) = b]$
- $\forall(\{x_n\}: \lim_{n\to\infty} x_n = a, x_n > a)[\{f(x_n)\}: \lim_{n\to\infty} f(x_n) = b]$
- $\forall(\{x_n\}: \lim_{n\to\infty} x_n = a, x_n \neq a)[\{f(x_n)\}: \lim_{n\to\infty} f(x_n) = b]$

Варианты для выбора:
- предел функции слева от точки
- предел функции справа от точки
- предел функции в точке

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных определений.

ЗАДАНИЕ 1.14. Установите соответствие между определениями и наименованиями типов пределов функции (по Коши):

- $\forall(\varepsilon > 0)\exists(\delta = \delta(\varepsilon) > 0)\forall(x: a < x < a + \delta)[|f(x) - b| < \varepsilon]$
- $\forall(\varepsilon > 0)\exists(\delta = \delta(\varepsilon) > 0)\forall(x: x > \delta)[|f(x) - b| < \varepsilon]$
- $\forall(\varepsilon > 0)\exists(\delta = \delta(\varepsilon) > 0)\forall(x: 0 < |x - a| < \delta)[|f(x) - b| < \varepsilon]$

Варианты для выбора:

- предел функции справа от точки
- предел функции на бесконечности
- предел функции в точке

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных определений.

ЗАДАНИЕ 1.15. Выберите верный ответ

$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = \dots$.

- **1**
- 0
- не существует
- π

ЗАДАНИЕ 1.16. Выберите верный ответ

Функция $f(x)$ называется непрерывной в точке a, если для любой сходящейся к пределу a последовательности $\{x_n\}$ значений ее аргументов соответствующая последовательность значений функции $\{f(x_n)\}$ сходится к ... .

- $\boldsymbol{f(a)}$
- 0
- $f(0)$
- a

ЗАДАНИЕ 1.17. Выберите верный ответ

Функция $f(x)$ называется ... на множестве X если

$$\forall(x_1, x_2 \in X: x_1 < x_2)[f(x_1) < f(x_2)]$$

- непрерывной
- ограниченной сверху
- сходящейся
- **возрастающей**

ЗАДАНИЕ 1.18. Выберите строго убывающие функции на заданных множествах:

- $f(x) = \sin x$ на $[-\pi; \pi]$
- $\boldsymbol{f(x) = x^2}$ **на** $\boldsymbol{(-\infty; -2]}$
- $f(x) = -1$ на $\mathbb{R}$
- $\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{x}}$ **на** $\boldsymbol{(-\infty; 0)}$
- $f(x) = x$ на $\mathbb{R}$

ЗАДАНИЕ 1.19. Выберите ограниченные снизу функции на заданных множествах:

- $\boldsymbol{f(x) = \sin x}$ **на** $\boldsymbol{[-\pi; \pi]}$
- $\boldsymbol{f(x) = x^2}$ **на** $\boldsymbol{(-\infty; -2]}$
- $\boldsymbol{f(x) = -1}$ **на** $\boldsymbol{\mathbb{R}}$
- $f(x) = \frac{1}{x}$ на $(-\infty; 0)$
- $f(x) = x$ на $\mathbb{R}$

ЗАДАНИЕ 1.20. Выберите верный ответ

Пусть функция f имеет производную в точке x_0, а функция g имеет производную в точке $y_0 = f(x_0)$. Тогда существует $\Big(g\big(f(x_0)\big)\Big)'$ и $\Big(g\big(f(x_0)\big)\Big)' = \dots$.

- $g'\big(f(x_0)\big) \cdot f(x_0)$
- $\frac{g'(f(x_0))}{f'(x_0)}$

- $\boldsymbol{g'(f(x_0)) \cdot f'(x_0)}$
- $g'(f(x_0)) + f'(x_0)$

ЗАДАНИЕ 1.21. Выберите верный ответ
Функция $f(x)$ называется ... на множестве X, если

$$\exists(M \in \mathbb{R})\forall(x \in X)[f(x) \leq M]$$

- сходящейся
- монотонной
- **ограниченной сверху**
- непрерывной

ЗАДАНИЕ 1.22. Установите соответствие между описаниями и наименованиями точек разрыва функции:

- Если хотя бы один из двух односторонних пределов функции $f(x)$ в точке a либо не существует, либо равен бесконечности, то точка a называется точкой ... функции $f(x)$
- Если конечный предел функции $f(x)$ в точке a существует ($\lim_{x\to a-0} f(x) = \lim_{x\to a+0} f(x) = \lim_{x\to a} f(x)$), но не равен ее значению $f(a)$, то точка a называется точкой ... функции $f(x)$
- Если конечные пределы функции $f(x)$ в точке a справа и слева существуют и $\lim_{x\to a-0} f(x) \neq \lim_{x\to a+0} f(x)$, то точка a называется точкой ... функции $f(x)$

Варианты для выбора:

- разрыва 2-го рода
- устранимого разрыва
- разрыва 1-го рода

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных определений.

ЗАДАНИЕ 1.23. Установите соответствие между функциями и их производными:

- $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $\frac{1}{1+x^2}$
- $-\cos x$
- $-\sin x$
- $\frac{1}{\cos^2 x}$
- $-\frac{1}{\sin^2 x}$
- $\frac{1}{x}$

Варианты для выбора:

- $(\arccos x)'$
- $(\mathrm{arctg}\, x)'$
- $(-\sin x)'$
- $(\cos x)'$
- $(\mathrm{tg}\, x)'$
- $(\mathrm{ctg}\, x)'$
- $(\ln x)'$

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных функций.

ЗАДАНИЕ 1.24. Выберите верный ответ
Если $F(x)$ - первообразная функции $f(x)$ на промежутке X, то функция ..., где C - произвольная постоянная, также является первообразной функции $f(x)$ на промежутке X.

- $\boldsymbol{F(x) + C}$
- $\frac{F(x)}{C}$
- $\frac{C}{F(x)}$
- $F(x) \cdot C$

ЗАДАНИЕ 1.25. Выберите верный ответ
Операция нахождения неопределенного интеграла называется ... .

- дифференцированием

– интегрализацией
– **интегрированием**
– аппроксимацией

ЗАДАНИЕ 1.26. Выберите правильный вариант ответа:
Пусть функция $f(x)$ определена на отрезке $[a;b]$ $(a<b)$. Рассмотрим разбиение (T,ξ) этого отрезка диаметра $d(T)$ с отмеченными точками ($T=\{x_0,x_1,\dots,x_{n-1},x_n\}$ такое, что $a=x_0<x_1<\dots<x_{n-1}<x_n=b$; $\Delta x_i=x_i-x_{i-1}$, $i=1;2;\dots;n$) и соответствующую интегральную сумму Римана функции $f(x)$

$$S\big(f,(T,\xi)\big)=\sum_{i=1}^{n}f(\xi_i)\Delta x_i.$$

Функция $f(x)$ называется интегрируемой по Риману на $[a;b]$, если
– $\boldsymbol{\exists(J)\forall(\varepsilon>0)\exists(\delta>0)\forall\big((T,\xi):d(T)<\delta\big)\big[\big|S\big(f,(T,\xi)\big)-J\big|<\varepsilon\big]}$
– $\forall\big(c\in(a;b)\big)\forall(J)\exists(\varepsilon>0)\forall(\delta>0)\exists(x:|x-c|<\delta)[|f(x)-J|<\varepsilon]$
– $\exists\big(c\in(a;b)\big)\exists(J)\forall(\varepsilon>0)\exists(\delta>0)\forall(x:0<|x-c|<\delta)[|f(x)-J|<\varepsilon]$
– $\forall(J)\exists(\varepsilon>0)\forall(\delta>0)\exists\big((T,\xi):d(T)<\delta\big)\big[\big|S\big(f,(T,\xi)\big)-J\big|<\varepsilon\big]$

ЗАДАНИЕ 1.27. Выберите правильный вариант ответа:
Если функция $f(x)$ интегрируема на $[a;b]$ по Риману, то она ... на $[a;b]$.
– сохраняет свой знак
– **ограничена**
– монотонна
– дифференцируема

ЗАДАНИЕ 1.28. Поставьте в соответствие формулировкам названия утверждений:
Пусть функция $f(x)$ определена и ограничена на отрезке $[a;b]$.
– $f(x)$ – интегрируемая по Риману на отрезке $[a;b]$ функция тогда и только тогда, когда $\bar{J}=\underline{J}$
– $f(x)$ – интегрируемая по Риману на отрезке $[a;b]$ функция тогда и только тогда, когда $\forall(\varepsilon>0)\exists(\delta>0)\forall\big((T',\xi'),(T'',\xi''):d(T')<\delta,d(T'')<\delta\big)\big[\big|S\big(f,(T',\xi')\big)-S\big(f,(T',\xi')\big)\big|<\varepsilon\big]$
– $f(x)$ – интегрируемая по Риману на отрезке $[a;b]$ функция тогда и только тогда, когда $\forall(\varepsilon>0)\exists(\delta>0)\forall\big((T,\xi):d(T)<\delta,\big)[\sum_{i=1}^{n}\omega_i\Delta x_i<\varepsilon]$
Варианты для выбора:
– критерий Дарбу интегрируемости функции
– критерий Коши интегрируемости функции
– критерий Римана интегрируемости функции

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных утверждений.

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

ЗАДАНИЕ 2.1. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Если множество не содержит никаких элементов, то оно называется ... множеством и обозначается $\emptyset$.
Ответ: пустым

ЗАДАНИЕ 2.2. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Множество A является ... множества B, если каждый элемент множества A является элементом множества B.
Ответ: подмножеством

ЗАДАНИЕ 2.3. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Множества называются ..., если они состоят из одних и тех же элементов.
Ответ: равными

ЗАДАНИЕ 2.4. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Множества, не имеющие общих элементов, называются ... .
Ответ: непересекающимися

ЗАДАНИЕ 2.5. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Число, представимое в виде отношения целого и натурального чисел называется ... .
Ответ: рациональным

ЗАДАНИЕ 2.6. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Число, представимое в виде допустимой бесконечной десятичной дроби называется ... .

Ответ: вещественным / действительным

ЗАДАНИЕ 2.7. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Вещественные числа $\pm a_0, a_1 a_2 a_3$ ... и $\pm b_0, b_1 b_2 b_3$ ... называются ..., если они имеют равные знаки, и справедливы равенства $a_i = b_i$, $i = 0; 1; 2; \ldots$.
Ответ: равными

ЗАДАНИЕ 2.8. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Для любого вещественного числа a число, определяемое по формуле

$$\begin{cases} a, \text{если } a \geq 0, \\ -a, \text{если } a < 0, \end{cases}$$

называется … числа a.
Ответ: модулем / абсолютным значением / абсолютной величиной

ЗАДАНИЕ 2.9. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Множество А является ... , если существует такое натуральное n, что между элементами множества А и элементами множества $\{1;\ 2; \ldots; n\}$ можно установить взаимно однозначное соответствие.
Ответ: конечным

ЗАДАНИЕ 2.10. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Два множества, между элементами которых можно установить взаимно однозначное соответствие, называются ... .
Ответ: равномощными / эквивалентными

ЗАДАНИЕ 2.11. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Если каждому значению n из натурального ряда чисел $1;\ 2; \ldots; n; \ldots$ ставится в соответствие по определенному закону некоторое вещественное число x_n, то множество занумерованных вещественных чисел $x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots$ называется ... .
Ответ: числовой последовательностью / последовательностью

ЗАДАНИЕ 2.12. Вычислите $\lim_{n\to\infty} \frac{2n^2+3}{n^2+4}$
(в ответе укажите цифрами округленное до целого числа значение)
Ответ: 2

ЗАДАНИЕ 2.13. Вычислите $\lim_{n\to\infty} \frac{\sin n}{n+2}$
(в ответе укажите цифрами округленное до целого числа значение)
Ответ: 0

ЗАДАНИЕ 2.14. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Теорема Больцано-Вейерштрасса. Любая ... последовательность имеет хотя бы одну конечную предельную точку.
Ответ: ограниченная

ЗАДАНИЕ 2.15. Вычислите $\lim_{x\to 4} \frac{6x}{x-2}$
(в ответе укажите цифрами округленное до целого числа значение)
Ответ: 12

ЗАДАНИЕ 2.16. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Теорема Больцано-Коши. Пусть функция $f(x)$ ... на отрезке $[a; b]$. Пусть $A = f(a)$, $B = f(b)$, причем $A \neq B$, тогда для любого C, лежащего между A и B, найдет число $c \in [a; b]$ такое, что $f(c) = C$.
Ответ: непрерывна

ЗАДАНИЕ 2.17. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Пусть функция $y = f(x)$ убывает на $[a; b]$, и пусть $\alpha = f(a)$, $\beta = f(b)$. Тогда для того, чтобы функция $y = f(x)$ являлась ... на отрезке $[a; b]$ необходимо и достаточно, чтобы любое число $\gamma \in [\beta; \alpha]$ являлось значением этой функции в некоторой точке $[a; b]$.
Ответ: непрерывной

ЗАДАНИЕ 2.18. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Пусть функция $y = f(x)$ убывает на $[a; b]$, и пусть $\alpha = f(a)$, $\beta = f(b)$. Тогда если множеством всех

значений функции $y = f(x)$ является отрезок $[\beta;\alpha]$ -это, то на этом множестве определена обратная для $y = f(x)$ функция $x = f^{-1}(y)$, которая ... на отрезке $[\beta;\alpha]$.
Ответ: убывает

ЗАДАНИЕ 2.19. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Теорема Вейерштрасса. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a;b]$, тогда:
1) $f(x)$ ... на отрезке $[a;b]$;
2) достигает наибольшего и наименьшего значений на $[a;b]$.
Ответ: ограничена

ЗАДАНИЕ 2.20. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Предел разностного отношения $\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ при $\Delta x \to 0$ (при условии, что этот предел существует) называется ... функции $f(x)$ в точке x.
Ответ: производной

ЗАДАНИЕ 2.21. Вычислите $f'(1)$ если $f(x) = (2-x)(x+1)^2$
(в ответе укажите цифрами округленное до целого числа значение)
Ответ: 0

ЗАДАНИЕ 2.22. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Пусть функция f определена на некоторой окрестности $U(x_0)$ вещественной точки x_0, и найдется некоторое вещественное число k такое, что для всех $x \in U(x_0)$ справедливо представление $f(x) - f(x_0) = k(x-x_0) + o(x-x_0)$ при $x \to x_0$, тогда главная линейная часть этого представления ($k(x-x_0)$) называется ... функции f в точке x_0.
Ответ: дифференциалом

ЗАДАНИЕ 2.23. Вычислите $-f'''(41)$ если $f(x) = (2-x)(x+1)^2$
(в ответе укажите цифрами округленное до целого числа значение)
Ответ: 6

ЗАДАНИЕ 2.24. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Функция $F(x)$ называется ... функции $f(x)$ на промежутке $X \subset$R, если F дифференцируема на этом промежутке и

$$\forall(x \in X)[F'(x) = f(x)]$$

Ответ: первообразной

ЗАДАНИЕ 2.25. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
... функцией (дробью) называется функция, равная отношению двух многочленов.
Ответ: рациональной

ЗАДАНИЕ 2.26. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Рациональная функция (рациональная дробь) называется ... , если степень многочлена, стоящего в числителе, меньше степени многочлена, стоящего в знаменателе.
Ответ: правильной

ЗАДАНИЕ 2.27. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Совокупность $T = \{x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n\}$ точек отрезка $[a;b]$ таких, что $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_{n-1} < x_n = b$ называется ... этого отрезка.
Ответ: разбиением

ЗАДАНИЕ 2.28. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Пусть $T = \{x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n\}$ - разбиение отрезка $[a;b]$ такое, что $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_{n-1} < x_n = b$.
Максимальное из чисел $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$, $i = 1; 2; \dots; n$, называется ... разбиения T и обозначается $d(T)$.
Ответ: диаметром / мелкостью

ЗАДАНИЕ 2.29. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Пусть функция $f(x)$ определена на отрезке $[a;b]$ $(a < b)$. Рассмотрим разбиение (T,ξ) этого отрезка с отмеченными точками ($T = \{x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n\}$ такое, что $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_{n-1} < x_n = b$; $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$, $i = 1; 2; \dots; n$). Выражение вида $S(f,(T,\xi)) = \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$ называется ... функции $f(x)$ по отрезку $[a;b]$ и разбиению (T,ξ).
Ответ: интегральной суммой / интегральной суммой Римана

ЗАДАНИЕ 2.30. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Пусть функция $f(x)$ задана и ограничена на некотором множестве E. Величина $\omega(f,E) = sup_{x,x' \in E}|f(x) - f(x')|$ называется ... функции $f(x)$ на множестве E.
Ответ: колебанием

ЗАДАНИЕ 2.31. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Функция называется ..., если она непрерывна всюду, за исключением конечного числа точек, являющихся точками разрыва функции 1-го рода.
Ответ: кусочно непрерывной

ЗАДАНИЕ 2.32. Вычислите значение интеграла:

$$\int_a^a f(x)dx$$

(в ответе укажите цифрами округленное до целого числа значение)
Ответ: 0

ЗАДАНИЕ 2.33. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Пусть функция $f(x)$ интегрируема по Риману на отрезке $[a;b]$, тогда интеграл с переменных верхним пределом $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ является ... на $[a;b]$ функцией.
Ответ: непрерывной

ЗАДАНИЕ 2.34. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Пусть функция $f(x)$ интегрируема на отрезке $[a;b]$ и непрерывна в точке $x_0 \in [a;b]$, тогда $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ ... в точке x_0 и выполняется равенство $F'(x_0) = f(x_0)$.
Ответ: дифференцируема

ЗАДАНИЕ 2.35. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Если функция $f(x)$ определена, ограничена и ... на отрезке $[a;b]$, то $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$, где $F(x)$ - любая из обобщенных производных функции $f(x)$ на отрезке $[a;b]$.
Ответ: кусочно непрерывна

ЗАДАНИЕ 2.36. Вычислите значение интеграла:

$$e^{-1} + 2\int_0^1 xe^{-x^2}dx$$

(в ответе укажите цифрами округленное до целого числа значение)
Ответ: 1

ЗАДАНИЕ 2.37. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Кривая называется ..., если она непрерывна и имеет в каждой своей точке касательную, непрерывно меняющую свое положение при переходе от точки к точке.
Ответ: гладкой

ЗАДАНИЕ 2.38. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Дуга кривой называется ..., если существует предел, к которому стремится длина вписанной в эту дугу ломанной линии при стремлении к нулю ее наибольшего звена.
Ответ: спрямляемой

ЗАДАНИЕ 2.39. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Пусть функция $f(x)$ определена на полупрямой $-\infty < a \le x < +\infty$ и интегрируема по отрезку $[a;b]$ при любом b из полупрямой $a < b < +\infty$. Если существует конечный $\lim_{b\to+\infty}\int_a^b f(x)dx$, то несобственный интеграл 1-го рода $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ называется ... .
Ответ: сходящимся

ЗАДАНИЕ 2.40. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Пусть функция $f(x)$ определена на полуинтервале $[a;b)$ и не является ограниченной в окрестности точки b, но при любом достаточно малом $\delta > 0$ является ограниченной и интегрируемой на отрезке $[a;b-\delta]$. Если не существует конечный $\lim_{\delta\to 0+0}\int_a^{b-\delta} f(x)dx$, то несобственный интеграл 2-го рода $\int_a^b f(x)dx$ называется ... .

Ответ: расходящимся

ЗАДАНИЕ 2.41. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Если на полуоси $x \geq a$:
1) функция $f(x)$ непрерывна и сходится интеграл $\int_a^{+\infty} f(x)dx$;
2) функция $g(x)$ непрерывно дифференцируема, ограничена и ... .
Тогда интеграл $\int_a^{+\infty} f(x)g(x)dx$ сходится.
Ответ: монотонна

ЗАДАНИЕ 2.42. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Пусть:
1) функция $f(x)$ непрерывна и имеет ... первообразную при $x \geq a$;
2) функция $g(x)$ непрерывно дифференцируема и убывает при $x \geq a$;
3) $\lim_{x\to+\infty} g(x) = 0$.
Тогда сходится интеграл $\int_a^{+\infty} f(x)g(x)dx.$
Ответ: ограниченную

ЗАДАНИЕ 2.43. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Пусть $u_1, u_2, u_3, \ldots$ - произвольная числовая последовательность. Выражение вида $u_1 + u_2 + \cdots + u_n + \cdots = \sum_{k=1}^{\infty} u_k$ называется ... .
Ответ: числовым рядом

ЗАДАНИЕ 2.44. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Пусть дан числовой ряд $\sum_{k=1}^{\infty} u_k$. Сумма $u_1 + u_2 + \cdots + u_n = \sum_{k=1}^{n} u_k$ называется -ой ... этого ряда.
Ответ: частичной суммой

ЗАДАНИЕ 2.45. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Если в ряде $\sum_{k=1}^{\infty} u_k$ отбросить первые m членов, то полученный ряд $u_{m+1} + u_{m+2} + \cdots + u_{m+n} = \sum_{k=m+1}^{\infty} u_k$ называется ... исходного ряда после m члена.
Ответ: остатком

ЗАДАНИЕ 2.46. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Ряд $\sum_{k=1}^{\infty} u_k$ называется ..., если существует конечный предел S последовательности $\{S_n\}$ его частичных сумм.
Ответ: сходящимся

ЗАДАНИЕ 2.47. Добавьте термин (в соответствующем падеже, строчными буквами):
Предел последовательности частичных сумм $\{S_n\}$ числового ряда $\sum_{k=1}^{\infty} u_k$ называется ... этого ряда.
Ответ: суммой

ЗАДАНИЕ 2.48. К какому числу должен стремиться общий член u_k сходящегося ряда $\sum_{k=1}^{\infty} u_k$ при $k \to \infty$?
(в ответе укажите цифрами округленное до целого числа значение)
Ответ: 0

3) открытые задания (расчетные, средний уровень сложности):

ЗАДАНИЕ 3.1. Методом математической индукции доказать равенство при всех натуральных n:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Решение.

1) При $n = 1$ имеем $1^2 = \frac{1(1+1)(2\cdot 1+1)}{6}$ - верно.

2) Предположим, что при $n = k$ равенство $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$ справедливо. Пусть $n = k + 1$, тогда

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + k^2 + (k+1)^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 = (k+1)\left(\frac{k(2k+1)}{6} + (k+1)\right) = (k+1)\cdot\frac{2k^2+7k+6}{6} =$$

$$\frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6},$$
что и требовалось доказать.

ЗАДАНИЕ 3.2. Решить неравенство $|x| > |x+1|$ относительно действительных чисел.
<u>Решение.</u>
1 способ: Воспользуемся определением модуля действительного числа: $|x| = \begin{cases} x, x \geq 0 \\ -x, x < 0 \end{cases}$.
1) $x \geq 0$, тогда, очевидно, $x+1 \geq 1 > 0$, и неравенство примет вид $x > x+1$, что является неверным;
2) $x < 0$, тогда неравенство примет вид $-x > |x+1|$, что эквивалентно двойному неравенству $x < x + 1 < -x$ или системе неравенств $\begin{cases} x+1 > x \\ x+1 < -x \end{cases} \Leftrightarrow x < -0{,}5$ (содержится в рассматриваемом множестве $x < 0$).
Таким образом, решением неравенства является промежуток $(-\infty; -0{,}5)$.
2 способ: Воспользуемся эквивалентностью неравенств $a \geq b$ и $a^2 \geq b^2$ для неотрицательных a и b.
Следовательно, исходное неравенство эквивалентно $|x|^2 > |x+1|^2$, решим его:
$$(x)^2 > (x+1)^2,$$
$$x^2 > x^2 + 2x + 1,$$
$$2x + 1 < 0,$$
$$x < -0{,}5.$$
Таким образом, решением неравенства является промежуток $(-\infty; -0{,}5)$.

ЗАДАНИЕ 3.3. Вычислить предел последовательности $\lim_{n\to\infty} \frac{2n-5}{n}$.
<u>Решение.</u> $\lim_{n\to\infty} \frac{2n-5}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{2n}{n}-\frac{5}{n}}{\frac{n}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{2-\frac{5}{n}}{1} = \frac{2-0}{1} = 2.$

ЗАДАНИЕ 3.4. Вычислить предел последовательности $\lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^3-(n-1)^3}{n^2+1}$.
<u>Решение.</u> $\lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^3-(n-1)^3}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n^3+3n^2+3n+1)-(n^3-3n^2+3n-1)}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \frac{6n^2+2}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{6n^2}{n^2}+\frac{2}{n^2}}{\frac{n^2}{n^2}+\frac{1}{n^2}} =$

$\lim_{n\to\infty} \frac{6+\frac{2}{n^2}}{1+\frac{1}{n^2}} = \frac{6+0}{1+0} = 6.$

ЗАДАНИЕ 3.5. Вычислить предел последовательности $\lim_{n\to\infty} \left(1-\frac{1}{2n}\right)^{\frac{4n}{5}}$.
<u>Решение.</u> $\lim_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{2n}\right)^{\frac{4n}{5}} = \left\langle \begin{matrix} t = 2n \\ n\to\infty \Rightarrow t\to\infty \end{matrix} \right\rangle = \lim_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{t}\right)^{\frac{2t}{5}} = \lim_{n\to\infty} \left(\left(1+\frac{1}{t}\right)^{t}\right)^{0,4} = e^{0,4}.$

ЗАДАНИЕ 3.6. Вычислить предел функции $\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg} x \cdot \sin x}{x^2}$.
<u>Решение.</u> $\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg} x \cdot \sin x}{x^2} = \lim_{x\to 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \cdot \frac{\sin x}{x}\right) = \left(\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}\right) \cdot \left(\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}\right) = 1 \cdot 1 = 1.$

ЗАДАНИЕ 3.7. Вычислить предел функции $\lim_{x\to 0} (1+\operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}$.
<u>Решение.</u> $\lim_{x\to 0} (1+\operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x} = \left\langle \begin{matrix} t = \operatorname{ctg} x \\ x\to 0 \Rightarrow t\to\infty \end{matrix} \right\rangle = \lim_{t\to\infty} \left(1+\frac{1}{\mathrm{t}}\right)^{\mathrm{t}} = e.$

ЗАДАНИЕ 3.8. Вычислить предел функции $\lim_{x\to 0} \frac{5x^2}{1+\cos 5x}$.
Решение. $\lim_{x\to 0} \frac{5x^2}{1+\cos 5x} = \frac{5\cdot 0^2}{1+\cos 5\cdot 0} = \frac{0}{1+1} = 0.$

ЗАДАНИЕ 3.9. Вычислить производную y'_x функции $y = 5x^4 + 6 \operatorname{arctg} x$ при $x = -1$.
<u>Решение.</u> $y'_x = (5x^4 + 6 \operatorname{arctg} x)' = 5 \cdot 4x^3 + 6 \cdot \frac{1}{1+x^2} = 20x^3 + \frac{6}{1+x^2}$, следовательно, $y'_x|_{x=-1} = 20 \cdot (-1)^3 + \frac{6}{1+(-1)^2} = 20 \cdot (-1) + \frac{6}{1+1} = -20 + \frac{6}{2} = -17.$

ЗАДАНИЕ 3.10. Вычислить производную y'_x функции $y = \frac{2x+5}{\sqrt{x^2-2x}+2}$.
<u>Решение.</u>
$$y'_x = \left(\frac{2x+5}{\sqrt{x^2-2x}+2}\right)' = \frac{(2x+5)'\cdot(\sqrt{x^2-2x}+2)-(2x+5)\cdot(\sqrt{x^2-2x}+2)'}{\left(\sqrt{x^2-2x}+2\right)^2} = \frac{2\cdot(\sqrt{x^2-2x}+2)-(2x+5)\cdot\frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x}}}{\left(\sqrt{x^2-2x}+2\right)^2} = \frac{2\cdot(\sqrt{x^2-2x}+2)-\frac{(2x+5)(x-1)}{\sqrt{x^2-2x}}}{\left(\sqrt{x^2-2x}+2\right)^2}.$$

ЗАДАНИЕ 3.11. Вычислить производную y'_x функции $y = x\sqrt{1+x^2}$.
<u>Решение.</u> $y'_x = \left(x\sqrt{1+x^2}\right)' = x' \cdot \sqrt{1+x^2} + x \cdot \left(\sqrt{1+x^2}\right)' = 1 \cdot \sqrt{1+x^2} + x \cdot \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}} = \sqrt{1+x^2} + \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{1+2x^2}{\sqrt{1+x^2}}$.

ЗАДАНИЕ 3.12. Вычислить производную y'_x функции $y = \sin(\cos^2 x) \cdot \cos(\sin^2 x)$.
<u>Решение.</u> $y'_x = (\sin(\cos^2 x) \cdot \cos(\sin^2 x))' = (\sin(\cos^2 x))' \cdot \cos(\sin^2 x) + \sin(\cos^2 x) \cdot (\cos(\sin^2 x))' = \cos(\cos^2 x) \cdot 2\cos x \cdot \sin x \cdot \cos(\sin^2 x) + \sin(\cos^2 x) \cdot (-\sin(\sin^2 x)) \cdot 2\sin x \cdot \cos x = 2\sin x \cdot \cos x \cdot (\cos(\cos^2 x) \cdot \cos(\sin^2 x) - \sin(\cos^2 x) \cdot \sin(\sin^2 x)) = \sin 2x \cdot \cos(\cos^2 x + \sin^2 x) = \sin 2x \cdot \cos 1$.

ЗАДАНИЕ 3.13. Вычислить производную y'_x функции, заданной параметрически,

$$\begin{cases} x = t + t^2, \\ y = 3t^8 - 6t + 5. \end{cases}$$

<u>Решение.</u> $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{(t+t^2)\prime}{(3t^8-6t+5)\prime} = \frac{t+1}{24t^7-6}$.

ЗАДАНИЕ 3.14. Вычислить производную y'_x функции, заданной параметрически,

$$\begin{cases} x = \dfrac{2t^3}{3} + t^2 + t, \\ y = \ln(2t^2 + 2t + 1). \end{cases}$$

<u>Решение.</u> $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{\left(\frac{2t^3}{3}+t^2+t\right)\prime}{(\ln(2t^2+2t+1))\prime} = \frac{2t^2+2t+1}{\frac{1}{2t^2+2t+1}\cdot(4t+2)} = \frac{(2t^2+2t+1)^2}{4t+2}$.

ЗАДАНИЕ 3.15. Вычислить предел функции $\lim_{x\to 0} \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{\sqrt{x}}$.
<u>Решение.</u>

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{\sqrt{x}} = \frac{0}{0} = \left\langle \begin{matrix} f(x) = \cos(\sin x) - \cos x \text{ опред. и диф. в } \dot{U}(0) \\ g(x) = \sqrt{x} \text{ опред. и диф. в } \dot{U}(0) \\ g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \neq 0 \text{ в } \dot{U}(0) \end{matrix} \right\rangle = \lim_{x\to 0} \frac{(\cos(\sin x) - \cos x)\prime}{(\sqrt{x})\prime} =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{-\sin(\sin x)\cdot\cos x - \sin x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x\to 0}\left(-2\sqrt{x}\cdot(\sin(\sin x)\cdot\cos x + \sin x)\right) = \lim_{x\to 0}\left(-2\cdot\sqrt{0}\cdot(\sin(\sin 0)\cdot\cos 0 + \sin 0)\right) = \lim_{x\to 0}\left(-2\cdot 0\cdot(\sin 0\cdot 1 + 0)\right) = 0.$$

ЗАДАНИЕ 3.16 Составить уравнение касательной к функции $y = x^3 + 2x$ в точке с абсциссой $x = 1$.
<u>Решение.</u> Уравнение касательной к графику функции, заданной уравнением $y = y(x)$, в точке x_0 имеет вид $y = y'|_{x=x_0} \cdot (x - x_0) + y_0$.
Вычислим y':

$$y' = 3x^2 + 2,$$

следовательно, $y'|_{x=x_0=1} = 5$ и искомое уравнение касательной примет вид:

$$y = 5\cdot(x-1) + 3,$$
$$y = 5x - 2.$$

ЗАДАНИЕ 3.17. Составить уравнение нормали к функции $y = x^3 + 2x$ в точке с абсциссой $x = 1$.
<u>Решение.</u> Уравнение нормали к графику функции, заданной уравнением $y = y(x)$, в точке x_0 имеет вид $y = -\frac{x-x_0}{y\prime|_{x=x_0}} + y_0$.
Вычислим y':

$$y' = 3x^2 + 2,$$

следовательно, $y'|_{x=x_0=1} = 5$ и искомое уравнение касательной примет вид:

$$y = -\frac{x-1}{5} + 3,$$
$$y = -\frac{1}{5}x + 3\frac{1}{5}.$$

ЗАДАНИЕ 3.18. Исследовать на монотонность функцию $y = 3x^2 - x^3$. Указать точки локального экстремума и значения функции в них.
<u>Решение.</u> Вычислим производную функции и определим критические и стационарные точки:

$$y' = 6x - 3x^2,$$
$$6x - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 2. \end{array}\right.$$
С помощью метода интервалов определим промежутки знакопостоянства функции y' и характер монотонности функции y:

-	+	-	y'
	0	2	x
убывает	возрастает	убывает	y

Таким образом, функция убывает на множестве $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$ и возрастает на отрезке $[0; 2]$;
$$x_{min} = 0,\ y_{min} = 0;$$
$$x_{max} = 2,\ y_{max} = 4.$$

ЗАДАНИЕ 3.19. Исследовать на монотонность функцию $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7$. Указать точку максимума, а также значение функции в этой точке.
Решение. Вычислим производную функции и определим критические и стационарные точки:
$$y' = 6x^2 - 12x - 18,$$
$$6x^2 - 12x - 18 = 0,$$
$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1, \\ x = 3. \end{array}\right.$$
С помощью метода интервалов определим промежутки знакопостоянства функции y' и характер монотонности функции y:

+	-	+	y'
	-1	3	x
возрастает	убывает	возрастает	y

Таким образом, функция возрастает на множестве $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$ и убывает на отрезке $[-1; 3]$;
$$x_{max} = -1,\ y_{max} = 17.$$

ЗАДАНИЕ 3.20. Исследовать на выпуклость функцию $y = 3x^2 - x^3$, указать точки перегиба (при наличии).
Решение. Для определения выпуклости вычислим вторую производную функции:
$$y' = 6x - 3x^2,$$
$$y'' = 6 - 6x,$$
$$6 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$
С помощью метода интервалов определим промежутки знакопостоянства функции y'' и характер выпуклости функции y:

+	-	y''
	1	x
выпукла вниз	выпукла вверх	y

Таким образом, функция выпукла вниз на множестве $(-\infty; 1]$ и выпукла вверх на множестве $[1; +\infty)$, точка $(1; 2)$ является точкой перегиба.

ЗАДАНИЕ 3.21. Составить уравнение наклонной асимптоты графика функции $y = \frac{8x^2-6x+5}{3-2x}$.
Решение. Уравнение наклонной асимптоты графика функции, заданной уравнением $y = y(x)$, имеет вид $y = kx + b$, где $k = \lim_{x\to\infty} \frac{y(x)}{x}$ и $b = \lim_{x\to\infty}(y(x) - kx)$. В условиях задачи, имеем:
$$k = \lim_{x\to\infty} \frac{8x^2-6x+5}{3x-2x^2} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{8x^2}{x^2}-\frac{6x}{x^2}+\frac{5}{x^2}}{\frac{3x}{x^2}-\frac{2x^2}{x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{8-\frac{6}{x}+\frac{5}{x^2}}{\frac{3}{x}-2} = \frac{8-0+0}{0-2} = -4,$$
$$b = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{8x^2-6x+5}{3-2x} + 4x\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{8x^2-6x+5+12x-8x^2}{3-2x} = \lim_{x\to\infty} \frac{6x+5}{3-2x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{6x}{x}+\frac{5}{x}}{\frac{3}{x}-\frac{2x}{x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{6+\frac{5}{x}}{\frac{3}{x}-2} = \frac{6+0}{0-2} = -3.$$
Таким образом, уравнение наклонной асимптоты примет вид $y = -4x - 3$.

ЗАДАНИЕ 3.22. Найти первообразную для функции $f(x) = \frac{x}{1+\sin^2 x+\cos^2 x}$.
Решение. Сначала преобразуем функцию:
$$f(x) = \frac{x}{1+\sin^2 x+\cos^2 x} = \frac{x}{1+1} = \frac{x}{2}.$$
Первообразной для данной функции является, например, $\frac{x^2}{4}$ (другие первообразные функции $f(x)$

отличаются от указанной лишь постоянным слагаемым).

ЗАДАНИЕ 3.23. Найти первообразную для функции $f(x)=\frac{\sin 2x}{\sqrt{3+\cos^2 x}}$.

Решение. Множество всех первообразных данной функции - это:

$$\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{3+\cos^2 x}}dx = \left\langle \begin{matrix} t=\cos^2 x \\ dt = 2\cos x \sin x\, dx = \sin 2x\, dx \end{matrix} \right\rangle = \int \frac{dt}{\sqrt{3+t}} = 2\sqrt{3+t}+C = 2\sqrt{3+\cos^2 x}+C,$$

где C - произвольная константа.

ЗАДАНИЕ 3.24. Вычислить неопределенный интеграл $\int \sin^2 x \cdot \cos^5 x\, dx$.

Решение. $\int \sin^2 x \cdot \cos^5 x\, dx = \left\langle \begin{matrix} t=\sin x \\ dt=\cos x\, dx \\ \cos^2 x = 1-t^2 \end{matrix} \right\rangle = \int t^2(1-t^2)^2\, dt = \int (t^6-2t^4+t^2)\, dt = \frac{t^7}{7}-\frac{2t^5}{5}+\frac{t^3}{3}+C =$
$\frac{(\sin x)^7}{7}-\frac{2(\sin x)^5}{5}+\frac{(\sin x)^3}{3}+C$, где C - произвольная константа.

ЗАДАНИЕ 3.25. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{4^{\arcsin 3x}}{\sqrt{1-9x^2}}dx$.

Решение. $\int \frac{4^{\arcsin 3x}}{\sqrt{1-9x^2}}dx = \left\langle \begin{matrix} t=\arcsin 3x \\ dt=\frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}dx \\ \frac{dx}{\sqrt{1-9x^2}}=\frac{dt}{3} \end{matrix} \right\rangle = \int \frac{4^t}{3}dt = \frac{1}{3}\cdot\frac{4^t}{\ln 4}+C = \frac{4^{\arcsin 3x}}{3\ln 4}+C$, где C - произвольная константа.

ЗАДАНИЕ 3.26. Вычислить определенный интеграл $\int_0^\pi x\cdot \sin x\, dx$.

Решение. $\int_0^\pi x\cdot\sin x\, dx = \left\langle \begin{matrix} u=x \Rightarrow du=dx \\ dv=\sin x\, dx \Rightarrow v=-\cos x \end{matrix} \right\rangle = \left(x\cdot(-\cos x)\right)\Big|_0^\pi - \int_0^\pi (-\cos x)dx = -\pi\cdot\cos\pi + 0\cdot$
$\cos 0 + \int_0^\pi \cos x\, dx = \pi + \sin x|_0^\pi = \pi + \sin\pi - \sin 0 = \pi.$

4) открытые задания (расчетные, повышенный уровень сложности):

ЗАДАНИЕ 4.1. Доказать:

$$\sup(X+Y)=\sup(X)+\sup(Y),$$

где X, Y - некоторые ограниченные сверху числовые множества и $X+Y=\{x+y|x\in X, y\in Y\}$.

Решение. Пусть $M_1=\sup(X)$, $M_2=\sup(Y)$, $M=M_1+M_2$, то есть истинны следующие высказывания:

$$\forall(x\in X)[x\le M_1],$$
$$\forall(\varepsilon>0)\exists(x_1\in X)[x_1>M_1-\varepsilon];$$
$$\forall(y\in Y)[y\le M_2],$$
$$\forall(\varepsilon>0)\exists(y_1\in Y)[y_1>M_2-\varepsilon];$$

следовательно, имеют место и следующие высказывания

$$\forall(x\in X, y\in Y)[x+y\le M_1+M_2=M],$$
$$\forall(\varepsilon>0)\exists(x_1\in X, y_1\in Y)[x_1+y_1>M_1+M_2-2\varepsilon=M-2\varepsilon],$$

которые, можно записать относительно множества $X+Y$ следующим образом:

$$\forall(a\in X+Y)[a\le M],$$
$$\forall(\varepsilon>0)\exists(a_1\in X+Y)[x_1+y_1>M-2\varepsilon],$$

означающие, что $M=\sup(X+Y)$.

ЗАДАНИЕ 4.2. Воспользовавшись определением предела числовой последовательности, доказать, что $\lim_{n\to\infty}\frac{3n+2}{n+1}=3$.

Решение. Согласно определению предела числовой последовательности, указанное равенство эквивалентно следующему высказыванию

$$\forall(\varepsilon>0)\exists(n_0\in\mathbb{N})\forall(n\in\mathbb{N}|n\ge n_0)\left[\left|\frac{3n+2}{n+1}-3\right|<\varepsilon\right].$$

Таким образом, задача сводится к поиску натурального n_0, начиная с которого все члены последовательности $\left\{\frac{3n+2}{n+1}\right\}$ будут находится в окрестности $U_\varepsilon(3)$ (для произвольного положительного ε).

Преобразуем неравенство (при $n\in\mathbb{N}$)

$$\left|\frac{3n+2}{n+1}-3\right|<\varepsilon,$$
$$\left|\frac{-1}{n+1}\right|<\varepsilon,$$
$$\frac{1}{n+1}<\varepsilon,$$

$$n > \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon} - 1,$$

то есть, если в качестве n_0 взять ближайшее к $\frac{1}{\varepsilon}$ натуральное число, то указанное высказывание будет верным.

ЗАДАНИЕ 4.3. Вычислить предел последовательности $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+3n-1}{n^2+4n-2}\right)^n$.

Решение. $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+5n-1}{n^2+4n-2}\right)^n = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{n+1}{n^2+4n-2}\right)^n = \left\langle \begin{array}{c} t=\frac{n^2+4n-2}{n+1} \\ n\to\infty \Rightarrow t\to\infty \\ n = t\cdot\frac{n}{t} = t\cdot\frac{n(n+1)}{n^2+4n-2} = t\cdot\frac{\frac{n}{n}\left(\frac{n+1}{n}\right)}{\frac{n^2}{n^2}+\frac{4n}{n^2}-\frac{2}{n^2}} = t\cdot\frac{1+\frac{1}{n}}{1+\frac{4}{n}-\frac{2}{n^2}} \end{array}\right\rangle =$

$$\lim_{\substack{t\to\infty \\ n\to\infty}}\left(\left(1+\frac{1}{t}\right)^t\right)^{\frac{1+\frac{1}{n}}{1+\frac{4}{n}-\frac{2}{n^2}}} = e^{\frac{1+0}{1+0-0}} = e.$$

ЗАДАНИЕ 4.4. Вычислить предел функции $\lim_{x\to4}\frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$.

Решение. $\lim_{x\to4}\frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2} = \lim_{x\to4}\left(\frac{(\sqrt{1+2x}-3)(\sqrt{1+2x}+3)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}\cdot\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{1+2x}+3}\right) = \lim_{x\to4}\left(\frac{1+2x-9}{x-4}\cdot\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{1+2x}+3}\right) = \lim_{x\to4}\left(\frac{2(x-4)}{x-4}\cdot\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{1+2x}+3}\right) = \lim_{x\to4}\left(2\cdot\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{1+2x}+3}\right) = 2\cdot\frac{\sqrt{4}+2}{\sqrt{1+2\cdot4}+3} = 2\cdot\frac{4}{6} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$.

ЗАДАНИЕ 4.5. Вычислить предел функции $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}\right)$.

Решение. $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}\right) = \lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x}} = \lim_{x\to+\infty}\frac{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}-x}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x}} =$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+\sqrt{x}}}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x}} = \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+\sqrt{x}}}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x}} = \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{\frac{x+\sqrt{x}}{x}}}{\sqrt{\frac{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}{x}}+\sqrt{\frac{x}{x}}} = \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{1+\sqrt{\frac{1}{x}}}}{\sqrt{1+\sqrt{\frac{1}{x}+\sqrt{\frac{1}{x^3}}}}+1} = \frac{\sqrt{1+0}}{\sqrt{1+\sqrt{0+\sqrt{0}}}+1} =$$

$\frac{1}{2} = 0{,}5$.

ЗАДАНИЕ 4.6. Вычислить производную y'_x функции $y = e^{\operatorname{arctg}\frac{x-1}{x+1}}$.

Решение. $y'_x = \left(e^{\operatorname{arctg}\frac{x-1}{x+1}}\right)' = e^{\operatorname{arctg}\frac{x-1}{x+1}}\cdot\left(\operatorname{arctg}\frac{x-1}{x+1}\right)' = e^{\operatorname{arctg}\frac{x-1}{x+1}}\cdot\frac{1}{1+\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2}\cdot\left(\frac{x-1}{x+1}\right)' = e^{\operatorname{arctg}\frac{x-1}{x+1}}\cdot\frac{(x+1)^2}{2(x^2+1)}\cdot$

$\frac{(x-1)'\cdot(x+1)-(x-1)\cdot(x-1)'}{(x+1)^2} = e^{\operatorname{arctg}\frac{x-1}{x+1}}\cdot\frac{(x+1)^2}{2(x^2+1)}\cdot\frac{1\cdot(x+1)-(x-1)\cdot1}{(x+1)^2} = e^{\operatorname{arctg}\frac{x-1}{x+1}}\cdot\frac{(x+1)^2}{2(x^2+1)}\cdot\frac{2}{(x+1)^2} = \frac{e^{\operatorname{arctg}\frac{x-1}{x+1}}}{x^2+1}$.

ЗАДАНИЕ 4.7. Вычислить производную y'_x функции $y = \frac{(2-x^2)(2-x^3)}{(1-x)^2}$.

Решение. $y = \frac{(2-x^2)(2-x^3)}{(1-x)^2}$, следовательно, $\ln y = \ln\frac{(2-x^2)(2-x^3)}{(1-x)^2} = \ln(2-x^2) + \ln(2-x^3) - 2\ln(1-x)$.

Продифференцируем обе части полученного равенства:

$$\frac{y'_x}{y} = \frac{-2x}{2-x^2} + \frac{-3x^2}{2-x^3} - 2\cdot\frac{-1}{1-x} = -\frac{2x}{2-x^2} - \frac{3x^2}{2-x^3} + \frac{2}{1-x}.$$

Таким образом, $y'_x = \frac{(2-x^2)(2-x^3)}{(1-x)^2}\cdot\left(-\frac{2x}{2-x^2} - \frac{3x^2}{2-x^3} + \frac{2}{1-x}\right)$.

ЗАДАНИЕ 4.8. Вычислить производную y''_x функции, заданной параметрически,

$$\begin{cases} x = t + t^2, \\ y = 3t^8 - 6t + 5. \end{cases}$$

Решение. $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{(t+t^2)'}{(3t^8-6t+5)'} = \frac{t+1}{24t^7-6}$.

$$y''_x = (y'_x)' = \frac{(y'_x)'_t}{x'_t} = \frac{\left(\frac{t+1}{24t^7-6}\right)'}{(3t^8-6t+5)'} = \frac{\frac{24t^7-6-168t^6(t+1)}{(24t^7-6)^2}}{24t^7-6} = -\frac{144t^7+168t^6+6}{(24t^7-6)^3} = -\frac{144t^7+168t^6+6}{216(4t^7-1)^3} = -\frac{24t^7+28t^6+1}{36(4t^7-1)^3}.$$

ЗАДАНИЕ 4.9. Вычислить производную y'_x функции, заданной в неявном виде уравнением $y = x\ln(xy)$.

<u>Решение.</u> Продифференцируем указанное равенство, получим:

$$y' = (x\ln(xy))',$$
$$y' = x'\cdot\ln(xy) + x\cdot(\ln(xy))',$$
$$y' = 1\cdot\ln(xy) + x\cdot\frac{1}{xy}\cdot(xy)',$$
$$y' = \ln(xy) + \frac{1}{y}\cdot(x'\cdot y + x\cdot y'),$$
$$y' = \ln(xy) + \frac{1}{y}\cdot(1\cdot y + x\cdot y'),$$
$$y' = \ln(xy) + 1 + \frac{x\cdot y\prime}{y},$$
$$(y-x)\cdot y' = y(\ln(xy)+1),$$
$$y' = \frac{y(\ln(xy)+1)}{y-x}.$$

ЗАДАНИЕ 4.10. Вычислить производную y'_x функции, заданной в неявном виде уравнением $\sin y = xy^2 + 5$.

<u>Решение.</u> Продифференцируем указанное равенство, получим:

$$(\sin y)' = (xy^2+5)',$$
$$\cos y\cdot y' = x'\cdot y^2 + x\cdot(y^2)',$$
$$\cos y\cdot y' = 1\cdot y^2 + x\cdot 2y\cdot y',$$
$$(\cos y - 2xy)\cdot y' = y^2,$$
$$y' = \frac{y^2}{\cos y - 2xy}.$$

ЗАДАНИЕ 4.11. Пользуясь теорией дифференциала, приближенно вычислить $\sqrt{24}$.

<u>Решение.</u> Воспользуемся формулой $f(x_0+\Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot\Delta x$. В условиях задачи $f(x)=\sqrt{x}$, следовательно, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. Таким образом,

$$\sqrt{24} = \sqrt{25-1} = \left\langle \begin{matrix} x_0 = 25 \\ \Delta x = -1 \end{matrix} \right\rangle \approx \sqrt{25} + \frac{1}{2\sqrt{25}}\cdot(-1) = 5 - \frac{1}{2\cdot 5} = 4{,}9.$$

ЗАДАНИЕ 4.12. Разложить в ряд Маклорена с остаточным членом в форме Пеано до x^3 функцию $f(x) = \frac{1+x+x^2}{1-x+x^2}$.

<u>Решение.</u> Необходимо получить представление вида:

$$f(x) = f(0) + \frac{f\prime(0)}{1!}x + \frac{f\prime\prime(0)}{2!}x^2 + \frac{f\prime\prime\prime(0)}{3!}x^3 + o(x^3),$$

то есть следует вычислить $f'(x)$, $f''(x)$ и $f'''(x)$:

$f'(x) = \left(\frac{1+x+x^2}{1-x+x^2}\right)' = \frac{(1+2x)(1-x+x^2)-(-1+2x)(1+x+x^2)}{(1-x+x^2)^2} = \frac{(1-x+x^2+1+x+x^2)+2x(1-x+x^2-1-x-x^2)}{(1-x+x^2)^2} = \frac{2(1-x^2)}{(1-x+x^2)^2},$

$f''(x) = \left(\frac{2-2x^2}{(1-x+x^2)^2}\right)' = \frac{-4x(1-x+x^2)^2-2(1-x+x^2)(-1+2x)(2-2x^2)}{(1-x+x^2)^4} = -4\cdot\frac{x(1-x+x^2)+(-1+2x)(1-x^2)}{(1-x+x^2)^3} ==$
$-4\cdot\frac{x-x^2+x^3-1+2x+x^2-2x^3}{(1-x+x^2)^3} = \frac{4(1-3x+x^3)}{(1-x+x^2)^3},$

$f'''(x) = \left(\frac{4-12x+4x^3}{(1-x+x^2)^3}\right)' = \frac{(-12+8x^2)(1-x+x^2)^3-3(1-x+x^2)^2(-1+2x)(4-12x+4x^3)}{(1-x+x^2)^6}.$

Следовательно, $f(0)=1$, $f'(0)=2$, $f''(0)=4$, $f'''(0) = -12-3\cdot(-1)\cdot 4 = 0$, и разложение функции примет вид:

$$f(x) = 1 + 2x + 2x^2 + 0\cdot x^3 + o(x^3).$$

ЗАДАНИЕ 4.13. Разложить в ряд Маклорена с остаточным членом в форме Пеано до x^3 функцию $f(x) = \ln(4x+1)$.

<u>Решение.</u> Необходимо получить представление вида:

$$f(x) = f(0) + \frac{f\prime(0)}{1!}x + \frac{f\prime\prime(0)}{2!}x^2 + \frac{f\prime\prime\prime(0)}{3!}x^3 + o(x^3),$$

то есть следует вычислить $f'(x)$, $f''(x)$ и $f'''(x)$:

$f'(x) = (\ln(4x+1))' = \frac{4}{4x+1} = 4(4x+1)^{-1},$
$f''(x) = (4(4x+1)^{-1})' = 4(4x+1)^{-2}\cdot(-1)\cdot 4 = -16(4x+1)^{-2},$
$f'''(x) = (-16(4x+1)^{-2})' = -16(4x+1)^{-3}\cdot(-2)\cdot 4 = 128(4x+1)^{-3}.$

Следовательно, $f(0)=0$, $f'(0)=4$, $f''(0)=-16$, $f'''(0)=128$, и разложение функции примет вид:

$$f(x) = 0 + 4x - 8x^2 + \frac{64}{3}x^3 + o(x^3).$$

ЗАДАНИЕ 4.14. Указать точки перегиба графика функции $y = \sqrt[3]{1-x^3}$.

Решение. Для определения выпуклости (и точек перегиба) вычислим вторую производную функции:

$$y' = -3x^2(1-x^3)^{-\frac{2}{3}},$$

$$y'' = -3\left(2x(1-x^3)^{-\frac{2}{3}} + x^2\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)(1-x^3)^{-\frac{5}{3}}\cdot(-3x^2)\right) = -(1-x^3)^{-\frac{5}{3}}(6x(1-x^3)+6x^4) = -6x(1-x^3)^{-\frac{5}{3}} = \frac{-6x}{\sqrt[3]{(1-x^3)^5}},$$

$$\frac{-6x}{\sqrt[3]{(1-x^3)^5}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0, \\ x\neq \pm 1. \end{cases}$$

С помощью метода интервалов определим промежутки знакопостоянства функции y'' и характер выпуклости функции y:

-	+	-	+	y''
	(≠) -1	0	(≠) 1	x
выпукла вверх	выпукла вниз	выпукла вверх	выпукла вниз	y

Таким образом, точка $(0;1)$ является точкой перегиба исходной функции.

ЗАДАНИЕ 4.15. Указать точки перегиба графика функции $y=\frac{(x-4)^2}{(x-1)^2}$.

Решение. Для определения выпуклости (и точек перегиба) вычислим вторую производную функции:

$$y' = \frac{2(x-4)(x-1)^2-2(x-1)(x-4)^2}{(x-1)^4} = 2\cdot\frac{(x-4)(x-1)-(x-4)^2}{(x-1)^3} = 2\cdot\frac{(x-4)(x-1-x+4)}{(x-1)^3} = \frac{6(x-4)}{(x-1)^3} = \frac{6x-24}{(x-1)^3},$$

$$y'' = \frac{6(x-1)^3-3(x-1)^2\cdot 6(x-4)}{(x-1)^6} = 6\cdot\frac{x-1-3(x-4)}{(x-1)^4} = \frac{-6(2x-11)}{(x-1)^4},$$

$$\frac{-6(2x-11)}{(x-1)^4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=5{,}5, \\ x\neq 1. \end{cases}$$

С помощью метода интервалов определим промежутки знакопостоянства функции y'' и характер выпуклости функции y:

+	+	-	y''
	(≠) 1	5,5	x
выпукла вниз	выпукла вниз	выпукла вверх	y

Таким образом, точка $\left(5{,}5;\frac{1}{9}\right)$ является точкой перегиба исходной функции.

ЗАДАНИЕ 4.16. Исследовать на выпуклость функцию $y=\frac{x^4-3}{x}$, указать точки перегиба (при наличии).

Решение. Для определения выпуклости вычислим вторую производную функции:

$$y' = \frac{4x^3\cdot x-(x^4-3)}{x^2} = \frac{3x^4+3}{x^2},$$

$$y'' = \frac{12x^3\cdot x^2-2x\cdot(3x^4+3)}{x^4} = \frac{6(x^4-1)}{x^3},$$

$$\frac{6(x^4-1)}{x^3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 1, \\ x\neq 0. \end{cases}$$

С помощью метода интервалов определим промежутки знакопостоянства функции y'' и характер выпуклости функции y:

-	+	-	+	y''
	-1	(≠) 0	1	x
выпукла вверх	выпукла вниз	выпукла вверх	выпукла вниз	y

Таким образом, функция выпукла вверх на множестве $(-\infty;-1] \cup (0;1]$ и выпукла вниз на множестве $[-1;0) \cup [1;+\infty)$, точки $(-1;2)$, $(1;-2)$ являются точками перегиба.

ЗАДАНИЕ 4.17. Найти длину дуги, заданной функцией $y=x^{\frac{3}{2}}$ при $0\leq x\leq 4$.

Решение. Длина искомой дуги вычисляется по формуле:

$$l=\int_0^4\sqrt{1+\left(\left(x^{\frac{3}{2}}\right)'\right)^2}dx = \int_0^4\sqrt{1+\left(\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}\right)^2}dx = \int_0^4\sqrt{1+\frac{9x}{4}}dx = \left\langle \begin{matrix} t=1+\frac{9x}{4} \\ dt=\frac{9}{4}dx \\ dx=\frac{4}{9}dt \\ x=0\Rightarrow t=1 \\ x=4\Rightarrow t=10 \end{matrix} \right\rangle = \frac{4}{9}\int_1^{10}\sqrt{t}dt = \frac{4}{9}\cdot\frac{2}{3}\cdot\left(\sqrt{t^3}\right)\Big|_1^{10} = \frac{8}{27}\cdot\left(10\sqrt{10}-1\right).$$

ЗАДАНИЕ 4.18. Найти длину дуги, заданной функцией $y=2(x-1)^{\frac{3}{2}}$ при $\frac{4}{3}\leq x\leq\frac{11}{3}$.

<u>Решение.</u> Длина искомой дуги вычисляется по формуле:

$$l=\int_{\frac{4}{3}}^{\frac{11}{3}}\sqrt{1+\left(\left(2(x-1)^{\frac{3}{2}}\right)'\right)^2}\,dx=\int_{\frac{4}{3}}^{\frac{11}{3}}\sqrt{1+\left(3(x-1)^{\frac{1}{2}}\right)^2}\,dx=\int_{\frac{4}{3}}^{\frac{11}{3}}\sqrt{1+9(x-1)}dx=\int_{\frac{4}{3}}^{\frac{11}{3}}\sqrt{9x-8}dx=$$

$$\left\langle\begin{array}{c} t=9x-8\\ dt=9dx\\ dx=\frac{1}{9}dt\\ x=\frac{4}{3}\Rightarrow t=4\\ x=\frac{11}{3}\Rightarrow t=16\end{array}\right\rangle=\frac{1}{9}\int_4^{16}\sqrt{t}dt=\frac{1}{9}\cdot\frac{2}{3}\left(\sqrt{t^3}\right)\Big|_4^{16}=\frac{2}{27}\cdot(64-8)=\frac{112}{27}=4\frac{4}{27}.$$

ЗАДАНИЕ 4.19. Найти объем пространств, ограниченных поверхностями $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,\ z=\frac{c}{a}x,\ z=0.$

<u>Решение.</u> Тело представляет собой часть цилиндра, ограниченного двумя плоскостями. При каждом $y\in[-b;b]$ поперечное сечение тела представляет собой прямоугольный равнобедренный треугольник с катетом $\sqrt{a^2-a^2\frac{y^2}{b^2}}$, следовательно, площадь поперечного сечения равна $\frac{a^2}{2}\left(1-\frac{y^2}{b^2}\right)$.

Таким образом, объем тела:

$$V=\int_{-b}^{b}\frac{a^2}{2}\left(1-\frac{y^2}{b^2}\right)dy=\frac{a^2}{2}\left(y-\frac{y^3}{3b^2}\right)\Big|_{y=-b}^{y=b}=\frac{a^2}{2}\left(b-\frac{b^3}{3b^2}-(-b)-\frac{(-b)^3}{3b^2}\right)=\frac{2}{3}a^2b.$$

Описание технологии проведения. Для студента будет предложено десять вопросов, на один из которых необходимо дать письменный ответ (расчетные задачи, практико-ориентированные задачи). Остальные вопросы с выбором ответа, которые проверяются автоматически.

На прохождение теста отводится 45 минут.

Максимальное число баллов, которое может получить абитуриент, пройдя тест, равно **35** баллам. Правила оценивания вопросов приведены в «**Критерии и шкалы оценивания**».

Критерии и шкалы оценивания:

Для оценивания выполнения заданий используется балльная шкала:

<u>1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):</u>

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ, в том числе частично.

<u>2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):</u>

- 5 баллов – задание выполнено верно;
- 2 балла – выполнение задания содержит незначительные ошибки;
- 0 баллов – задание не выполнено или выполнено неверно.

<u>3) расчетные задачи, практико-ориентированные задачи :</u>

– средний уровень сложности:

- 5 баллов – задача решена верно (получен правильный ответ, обоснован (аргументирован) ход решения);
- 2 балла – решение задачи содержит незначительные ошибки, но приведен правильный ход рассуждений, или получен верный ответ, но отсутствует обоснование хода ее решения, или задача решена не полностью, но получены промежуточные результаты, отражающие правильность хода решения задачи, или, в случае если задание состоит из решения нескольких подзадач, 50% которых решены верно;
- 0 баллов – задача не решена или решение неверно (ход решения ошибочен или содержи грубые ошибки, значительно влияющие на дальнейшее изучение задачи).

Тест засчитывается при получении 25 и более баллов.

Оценка промежуточной аттестации формируется с учетом результатов текущей аттестации. Студент, выполнивший в полном объеме программу курса (выполнено практическое здание, контрольная работа с оценкой «отлично» и/или «хорошо» и имеющий посещаемость занятий 75%

и более, на усмотрение преподавателя может быть освобожден от вопросов к зачету или тесту. В этом случае промежуточная аттестация осуществляется по текущей аттестации. Итоговая оценка в этом случае, выставляется зачтено.

Перечень вопросов к экзамену:

1. Множества. Операции над множествами. Логические символы (кванторы). Метод математической индукции
   1.1. Множества и операции над ними
   1.2. Логические символы
   1.3. Метод математической индукции. Бином Ньютона
2. Множества вещественных чисел
   2.1. Рациональные числа и их основные свойства, иррациональные числа, вещественные числа
   2.2. Некоторые конкретные множества вещественных чисел. Окрестности.
   2.3. Множества вещественных чисел, ограниченных сверху или снизу
   2.4. Границы и грани множества вещественных чисел
   2.5. Равномощные множества
3. Предел последовательности
   3.1. Понятие числовой последовательности и ее предела
   3.2. Свойства пределов числовых последовательностей
   3.3. Понятие подпоследовательности
   3.4. Бесконечно малые последовательности
   3.5. Монотонные последовательности. Теоремы Вейерштрасса (*) и Больцано-Вейерштрасса (*)
   3.6. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши (*)
4. Функция. Предел и непрерывность функции
   4.1. Понятие отображения, функции. Основные определения
   4.2. Элементарные функции и их классификация
   4.3. Первое определение предела функции (по Гейне). Предельная точка множества
   4.4. Непрерывность функции в точке
   4.5. Второе определение предела функции (по Коши)
   4.6. Предел сужения функции
   4.7. Односторонние пределы (критерий существования предела функции в точке) и односторонняя непрерывность
   4.8. Свойства пределов функций
   4.9. Бесконечно малые функции и бесконечно большие функции
   4.10. Различные формы записи непрерывности функции в точке
   4.11. Классификация точек разрыва
   4.12. Первый и второй замечательные пределы
   4.13. Монотонность функций
   4.14. Сравнение функций в окрестности точки
   4.15. Критерий Коши существования предела
   4.16. Предел и непрерывность композиции функций
   4.17. Промежуточные значения непрерывных функций (теорема Вейерштрасса и Больцано-Коши) (*)
   4.18. Обратная функция
   4.19. Непрерывность элементарных функций
5. Дифференциальное исчисление
   5.1. Производная функции
   5.2. Производные элементарных функций
   5.3. Дифференциал функции
   5.4. Геометрический смысл производной и дифференциала функции
   5.5. Свойства производных, связанные с арифметическими действиями над функциямиДифференцирование сложной и обратной функции
   5.6. Производные и дифференциалы высших порядков
   5.7. Теоремы о непрерывных функциях
      5.7.1. Теорема Ферма
      5.7.2. Теорема Ролля (*)

- 5.7.3. Формула конечных приращений Лагранжа
- 5.8. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя
- 5.9. Формула Тейлора (Маклорена). Разложение элементарных функций по формуле Тейлора
- 5.10. Исследование функций
  - 5.10.1. Отыскание точек экстремума (необходимое и достаточные условия существования экстремума)
  - 5.10.2. Промежутки возрастания и убывания функции
  - 5.10.3. Выпуклость и вогнутость графика функции
  - 5.10.4. Точки перегиба графика функции
  - 5.10.5. Асимптоты графика функции

6. Интегральное исчисление
   - 6.1. Первообразная и неопределенный интеграл.
   - 6.2. Свойства неопределенного интеграла. Табличные интегралы
   - 6.3. Основные методы интегрирования
   - 6.4. Классы функций, интегрируемых в элементарных функциях
     - 6.4.1. Интегрирование рациональных дробей
     - 6.4.2. Интегрирование дробно-линейных рациональностей
     - 6.4.3. Интегрирование квадратичных иррациональностей
     - 6.4.4. Интегрирование некоторых трансцендентных функций
   - 6.5. Определенный интеграл
     - 6.5.1. Определение определенного интеграла
     - 6.5.2. Суммы Дарбу
     - 6.5.3. Свойства определенного интеграла
     - 6.5.4. Интеграл с переменным верхним пределом (теорема о первообразной для подынтегральной функции)
     - 6.5.5. Основная формула интегрального исчисления (формула Ньютона-Лейбница)
     - 6.5.6. Замена переменной и формула интегрирования по частям для определенного интеграла
     - 6.5.7. Некоторые приложения определенного интеграла (вычисление площади, объема и длины дуги)
7. Понятие несобственного интеграла
8. Определение и физический смысл криволинейных интегралов
9. Ряды
   - 9.1. Определение, сходящиеся ряды
   - 9.2. Критерий Коши и необходимое условие сходимости ряда
   - 9.3. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами
     - 9.3.1. Сравнения
     - 9.3.2. Даламбера
     - 9.3.3. Коши
   - 9.4. Абсолютная и условная сходимость рядов
   - 9.5. Знакочередующиеся ряды, признак Лейбница
   - 9.6. Степенные ряды, теорема Коши-Адамара
   - 9.7. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора
   - 9.8. Ряды Фурье
10. Понятие функции нескольких переменных
    - 10.1. Окрестность точки
    - 10.2. Линии уровня, график функции двух переменных
    - 10.3. Предел последовательности точек (для двумерного случая)
    - 10.4. Предел функции нескольких переменных (по Гейне и Коши). Непрерывность функции
    - 10.5. Частные производные
    - 10.6. Частные производные от сложной функции. Производная неявной функции
    - 10.7. Дифференциал функции нескольких переменных. Свойства дифференциалов
    - 10.8. Частные производные и дифференциалы высших порядков
    - 10.9. Экстремум функции двух переменных (необходимое и достаточное условия существования экстремума функции двух переменных)
    - 10.10. Формула Тейлора для функции двух переменных
    - 10.11. Производная по направлению
    - 10.12. Градиент функции нескольких переменных

Перечень практических заданий, которые могут входит в КИМ экзамена

14. $y = e^x \arcsin\sqrt{\dfrac{e^x}{e^x+1}}$

15. $y = 2x^{\log_x e} \sin^{1+\ln x} x$

16. Найти дифференциал $d(\cos(2tgx))$

17. Найти производную второго порядка функции $y = \cos^2 x$

18. Указать множество точек, в которых непрерывна функция, найти ее точки разрыва, установить их род, нарисовать график функции $y = \begin{cases} \cos x, & -\pi/2 \le x < \pi/4 \\ 1, & x = \pi/4 \\ x^2 - \pi^2/6, & \pi/4 < x \le \pi \end{cases}$.

19. Найти точки разрыва функции, установить их род, доопределить функцию по непрерывности в точках устранимого разрыва $y = \dfrac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}}$

20. Найти $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3}{1-\sqrt[2n]{n}} - \dfrac{2}{1-\sqrt[3n]{n}}$

21. Найти $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^4 - 2x + 1}{x^8 - 2x + 1}$

22. Найти $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}$

23. Найти $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\sin x}{\pi^2 - x^2}$

24. Найти $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+xe^x)}{\ln(x+\sqrt{1+x^2})}$

25. Найти $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^x - a^a}{x-a}$.

26. Найти дифференциал $d(\sqrt[3]{x^3 + \arcsin 5x})$.

27. Найти предел, используя правило Лопиталя $\lim\limits_{x\to 0}\left(ctgx - \dfrac{1}{x}\right)$.

28. Написать разложение функции по формуле Тейлора по степеням $(x - x_0)$ до членов 3-го порядка: $y = \sqrt{x}$, $x_0 = 1$

29. Найти предел, используя разложения функций по формуле Тейлора

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt[6]{x^6+x^5} - \sqrt[6]{x^6-x^5}\right)$$

Контрольно измерительные материалы для экзамена

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
Шашкин А.И.
«__» ______. 20___г

Направление: Мехатроника и робототехника
Дисциплина: математический анализ
Вид контроля: экзамен
Кафедра, отвечающая за дисциплину - МПА

Контрольно-измерительный материал №1

1. Теоретический минимум
   1. Сформулируйте свойство компактности ограниченной последовательности (теорема Больцано – Вейерштрасса)
   2. Дайте определение сходящейся последовательности
   3. Дайте определение инъекции
   4. Сформулируйте аксиому Архимеда (13 свойство вещественных чисел)
   5. Дайте два определения верхней грани множества
   6. Дайте определение расширенного множества действительных чисел
   7. Дайте определение окрестности конечной точки
   8. Запишите первый и второй замечательные пределы
   9. Какие функции называются неявными функциями
   10. Дайте определение пересечения двух множеств
2. Множества и операции над ними. Метод математической индукции. Формула бинома Ньютона.
3. Вычислить $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin mx}{x}$.

Экзаменатор ___________ Шашкин А.И.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
Шашкин А.И.
«__» ______. 20___г

Направление: Мехатроника и робототехника

Дисциплина: математический анализ
Вид контроля: экзамен
Кафедра, отвечающая за дисциплину - МПА

Контрольно-измерительный материал №2

1. Теоретический минимум
    1. Дайте определение точной нижней грани множества
    2. Дайте определение на языке «ε-δ» функции непрерывной слева
    3. Какие множества называются равномощными
    4. Понятие числовой последовательности
    5. Сформулируйте определение предела функции по Коши
    6. Дайте определение точки разрыва 1-го рода
    7. Дайте определение ограниченной последовательности
    8. Сформулируйте критерий Коши существования предела функции
    9. На какие классы делятся элементарные функции
    10. Дать определение возрастающей последовательности

2. Свойства непрерывных функций на промежутках: Теорема Вейерштрасса (для функции непрерывной на отрезке). Промежуточные значения непрерывных функций (терема Больцано-Коши). Обратная функция

3. Применяя метод математической индукции доказать, что для любого натурального числа n справедливо равенство $1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Экзаменатор ___________ Шашкин А.И.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
Шашкин А.И.
«__» ______. 20___г

Направление: Мехатроника и робототехника
Дисциплина: математический анализ
Вид контроля: экзамен
Кафедра, отвечающая за дисциплину - МПА

Контрольно-измерительный материал №3

1. Теоретический минимум
    1. Дайте определение на языке «ε-δ» функции непрерывной справа
    2. Перечислите свойства бесконечно малых функций
    3. Сформулируйте условие сходимости Коши для последовательности
    4. Дайте определение сходящейся последовательности
    5. Дайте определение бесконечно малой последовательности
    6. Перечислите свойства пределов функций
    7. Является ли ограниченной последовательность, имеющая конечный предел?
    8. Дайте определение точки разрыва 2-го рода функции
    9. Сформулируйте метод математической индукции
    10. Дать определение возрастающей последовательности

2. Рациональные числа и их основные свойства. Вещественные числа. Свойства вещественных чисел. Некоторые конкретные множества вещественных чисел. Окрестности

3. Вычислить $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{x}\right)^x$.

Экзаменатор ___________ Шашкин А.И.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
Шашкин А.И.
«__» ______. 20___г

Направление: Мехатроника и робототехника
Дисциплина: математический анализ
Вид контроля: экзамен
Кафедра, отвечающая за дисциплину - МПА

Контрольно-измерительный материал №4

1. Теоретический минимум
    1. Дайте определение ограниченной последовательности
    2. Будут ли равномощными два любых конечных отрезка числовой прямой?
    3. Перечислите свойства бесконечно малых функций
    4. Дайте определение на языке «ε-δ» функции непрерывной слева
    5. Сформулируйте теорему о пределе монотонной последовательности (теорема Вейерштрасса)
    6. Перечислите свойства пределов числовых последовательностей
    7. Дайте определение предела функции по Коши
    8. Дайте определение функции эквивалентной при $x \to x_0$ другой функции
    9. Дайте определение биекции, или взаимнооднозначного соответствия
    10. Дайте определение объединения двух множеств
2. Ограниченность сходящихся последовательностей (теорема)
3. Вычислить $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-5x+6}{x-3}$.

Экзаменатор ___________ Шашкин А.И.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
Шашкин А.И.
«__» ______. 20___г

Направление: Мехатроника и робототехника
Дисциплина: математический анализ
Вид контроля: экзамен
Кафедра, отвечающая за дисциплину - МПА

Контрольно-измерительный материал №5

1. Теоретический минимум
    1. Сформулируйте свойство компактности ограниченной последовательности (теорема Больцано – Вейерштрасса)
    2. Дайте определение сходящейся последовательности
    3. Дайте определение инъекции
    4. Сформулируйте понятия образа и прообраза отображения

5. Дайте два определения верхней грани множества
6. Дайте определение расширенного множества действительных чисел
7. Дайте определение окрестности конечной точки
8. Запишите первый и второй замечательные пределы
9. Какие функции называются неявными функциями
10. Дайте определение разности двух множеств

2. Понятие числовой последовательности и ее предела. Переход к пределу в неравенствах
3. Доказать, что последовательность $\left\{\sin\frac{\pi n}{2}\right\}$ расходится.

Экзаменатор ___________ Шашкин А.И.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
Шашкин А.И.
«__» ______. 20___г

Направление: Мехатроника и робототехника
Дисциплина: математический анализ
Вид контроля: экзамен
Кафедра, отвечающая за дисциплину - МПА

Контрольно-измерительный материал №6

1. Теоретический минимум
   1. Дайте определение нижней грани множества
   2. Дайте определение на языке «ε-δ» функции непрерывной справа
   3. Сформулируйте критерий существования предела функции в точке
   4. Понятие последовательности
   5. Сформулируйте определение предела функции по Коши
   6. Дайте определение точки разрыва 1-го рода
   7. Дайте определение ограниченной последовательности
   8. Сформулируйте критерий Коши существования предела функции
   9. На какие классы делятся элементарные функции
   10. Какие числа называются рациональными?

2. Понятие отображения, функции. Основные определения. Элементарные функции и их классификация.
3. Применяя метод математической индукции доказать, что для любого натурального числа n справедливо равенство $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1}$.

Экзаменатор ___________ Шашкин А.И.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
Шашкин А.И.
«__» ______. 20___г

Направление: Мехатроника и робототехника

Дисциплина: математический анализ
Вид контроля: экзамен
Кафедра, отвечающая за дисциплину - МПА

Контрольно-измерительный материал №7

1. Теоретический минимум
    1. Дайте определение на языке «ε-δ» функции непрерывной слева
    2. Перечислите свойства бесконечно малых функций
    3. Сформулируйте условие сходимости Коши для последовательности
    4. Дайте определение сходящейся последовательности
    5. Дайте определение бесконечно большой последовательности
    6. Перечислите свойства пределов функций
    7. Является ли ограниченной последовательность, имеющая конечный предел? Почему?
    8. Дайте определение точки разрыва 2-го рода функции
    9. Сформулируйте метод математической индукции
    10. Приведите различные формы записи непрерывности функции в точке
2. Первое определение предела функции (по Гейне). Непрерывность функции
3. Доказать, что последовательность $\{n\}$ расходится.

Экзаменатор ___________ Шашкин А.И.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
Шашкин А.И.
«__» ______. 20___г

Направление: Мехатроника и робототехника
Дисциплина: математический анализ
Вид контроля: экзамен
Кафедра, отвечающая за дисциплину - МПА

Контрольно-измерительный материал №8

1. Теоретический минимум
    1. Дайте определение ограниченной последовательности
    2. Будут ли равномощными два любых конечных отрезка числовой прямой?
    3. Перечислите свойства бесконечно малых функций
    4. Дайте определение на языке «ε-δ» функции непрерывной слева
    5. Сформулируйте теорему о пределе монотонной последовательности (теорема Вейерштрасса)
    6. Перечислите свойства пределов числовых последовательностей
    7. Дайте определение предела функции по Коши
    8. Дайте определение функции эквивалентной при $x \to x_0$ другой функции
    9. Дайте определение биекции, или взаимнооднозначного соответствия
    10. Какие числа называются иррациональными?
2. Второе определение предела функции (по Коши). Односторонние пределы и односторонняя непрерывность
3. Вычислить $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{10000x}{x^2+1}$.

Экзаменатор ___________ Шашкин А.И.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
Шашкин А.И.
«__» ______. 20___г

Направление: Мехатроника и робототехника
Дисциплина: математический анализ
Вид контроля: экзамен
Кафедра, отвечающая за дисциплину - МПА

Контрольно-измерительный материал №9

1. Теоретический минимум
    1. Сформулируйте свойство компактности ограниченной последовательности (теорема Больцано – Вейерштрасса)
    2. Дайте определение сходящейся последовательности
    3. Дайте определение инъекции
    4. Дайте определение предела функции по Гейне
    5. Дайте два определения верхней грани множества
    6. Дайте определение расширенного множества действительных чисел
    7. Дайте определение окрестности конечной точки
    8. Запишите первый и второй замечательные пределы
    9. Какие функции называются неявными функциями
    10. Дайте определение бесконечно большой последовательности
2. Первый и второй замечательные пределы.
3. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^3+4x-2}{3x^3-7x+2}$.

Экзаменатор ___________ Шашкин А.И.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
Шашкин А.И.
«__» ______. 20___г

Направление: Мехатроника и робототехника
Дисциплина: математический анализ
Вид контроля: экзамен
Кафедра, отвечающая за дисциплину - МПА

Контрольно-измерительный материал №10

1. Теоретический минимум
    1. Сформулируйте свойство компактности ограниченной последовательности (теорема Больцано – Вейерштрасса)
    2. Дайте определение сходящейся последовательности
    3. Дайте определение инъекции

4. Какие функции называются иррациональными
5. Дайте два определения верхней грани множества
6. Дайте определение расширенного множества действительных чисел
7. Дайте определение окрестности бесконечно удаленной точки
8. Запишите первый и второй замечательные пределы
9. Какие функции называются неявными функциями
10. Дайте определение пересечения двух множеств

2. Сравнение функций в окрестности точки. О-символика.
3. Используя определение предела функции доказать, что $\lim_{x \to 1}(3x-2)=1$.

Экзаменатор ___________ Шашкин А.И.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
Шашкин А.И.
«__» ______. 20__г

Направление: Мехатроника и робототехника
Дисциплина: математический анализ
Вид контроля: экзамен
Кафедра, отвечающая за дисциплину - МПА

Контрольно-измерительный материал №11

1. Теоретический минимум
    1. Дайте определение точной нижней грани множества
    2. Дайте определение на языке «ε-δ» функции непрерывной слева
    3. Сформулируйте критерий существования предела функции а точке
    4. Сформулируйте понятие числовой последовательности
    5. Сформулируйте определение предела функции по Коши
    6. Дайте определение точки разрыва 1-го рода
    7. Дайте определение ограниченной последовательности
    8. Сформулируйте критерий Коши существования предела функции
    9. На какие классы делятся элементарные функции
    10. Дайте определение окрестности бесконечно удаленной точки -∞
2. Критерий Коши существования предела функции.
3. Определить характер разрыва функции $y=\frac{x}{x-4}$.

Экзаменатор ___________ Шашкин А.И.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
Шашкин А.И.
«__» ______. 20__г

Направление: Мехатроника и робототехника

Дисциплина: математический анализ
Вид контроля: экзамен
Кафедра, отвечающая за дисциплину - МПА

Контрольно-измерительный материал №12

1. Теоретический минимум
    1. Дайте определение на языке «ε-δ» функции непрерывной справа
    2. Перечислите свойства бесконечно малых функций
    3. Сформулируйте условие сходимости Коши для последовательности
    4. Дайте определение сходящейся последовательности
    5. Дайте определение бесконечно малой последовательности
    6. Перечислите свойства пределов функций
    7. Является ли ограниченной последовательность, имеющая конечный предел?
    8. Дайте определение точки разрыва 2-го рода функции
    9. Сформулируйте метод математической индукции
    10. Какие функции называются полиномами (многочленами)?
2. Классификация точек разрыва.
3. С помощью «ε-δ» рассуждений доказать, что функция $f(x)=x^2$ непрерывна при $x=5$.

Экзаменатор ___________ Шашкин А.И.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
Шашкин А.И.
«__» ______. 20___г

Направление: Мехатроника и робототехника
Дисциплина: математический анализ
Вид контроля: экзамен
Кафедра, отвечающая за дисциплину - МПА

Контрольно-измерительный материал №13

1. Теоретический минимум
    1. Дайте определение ограниченной последовательности
    2. Будут ли равномощными два любых конечных отрезка числовой прямой?
    3. Перечислите свойства бесконечно малых функций
    4. Дайте определение на языке «ε-δ» функции непрерывной слева
    5. Сформулируйте теорему о пределе монотонной последовательности (теорема Вейерштрасса)
    6. Перечислите свойства пределов числовых последовательностей
    7. Дайте определение предела функции по Коши
    8. Дайте определение функции эквивалентной при $x \to x_0$ другой функции
    9. Дайте определение биекции, или взаимнооднозначного соответствия
    10. Дайте определение объединения двух множеств
2. Множества вещественных чисел, ограниченные сверху или снизу. Равномощные множества
3. Вычислить $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tgmx}{x}$.

Экзаменатор ___________ Шашкин А.И.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
Шашкин А.И.
«__» ______. 20___г

Направление: Мехатроника и робототехника
Дисциплина: математический анализ
Вид контроля: экзамен
Кафедра, отвечающая за дисциплину - МПА

Контрольно-измерительный материал №14

1. Теоретический минимум
    1. Сформулируйте свойство компактности ограниченной последовательности (теорема Больцано – Вейерштрасса)
    2. Дайте определение сходящейся последовательности
    3. Дайте определение инъекции
    4. Какие функции называются рациональными
    5. Дайте два определения верхней грани множества
    6. Дайте определение расширенного множества действительных чисел
    7. Дайте определение окрестности конечной точки
    8. Запишите первый и второй замечательные пределы
    9. Какие функции называются неявными функциями
    10. Дайте определение разности двух множеств
2. Бесконечно малые последовательности и их свойства.
3. С помощью «ε-δ» рассуждений доказать непрерывность функции $f(x) = \sin x$.

Экзаменатор ___________ Шашкин А.И.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
Шашкин А.И.
«__» ______. 20___г

Направление: Мехатроника и робототехника
Дисциплина: математический анализ
Вид контроля: экзамен
Кафедра, отвечающая за дисциплину - МПА

Контрольно-измерительный материал №15

1. Теоретический минимум
    1. Дайте определение нижней грани множества
    2. Дайте определение на языке «ε-δ» функции непрерывной справа
    3. Сформулируйте критерий существования предела функции в точке
    4. Понятие последовательности
    5. Сформулируйте определение предела функции по Коши
    6. Дайте определение точки разрыва 1-го рода
    7. Дайте определение ограниченной последовательности
    8. Сформулируйте критерий Коши существования предела функции

9. На какие классы делятся элементарные функции
10. Сформулируйте аксиому Архимеда (13 свойство вещественных чисел)

2. Свойства пределов функций.

3. Определить характер разрыва функции $y = \dfrac{x^2 - 25}{x - 5}$.

Экзаменатор ___________ Шашкин А.И.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
"ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ"

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
Шашкин А.И.
«__» ______. 20___г

Направление: Мехатроника и робототехника
Дисциплина: математический анализ
Вид контроля: экзамен
Кафедра, отвечающая за дисциплину - МПА

Контрольно-измерительный материал №16

1. Теоретический минимум
   1. Дайте определение на языке «ε-δ» функции непрерывной слева
   2. Перечислите свойства бесконечно малых функций
   3. Сформулируйте условие сходимости Коши для последовательности
   4. Дайте определение сходящейся последовательности
   5. Дайте определение бесконечно большой последовательности
   6. Перечислите свойства пределов функций
   7. Является ли ограниченной последовательность, имеющая конечный предел? Почему?
   8. Дайте определение точки разрыва 2-го рода функции
   9. Сформулируйте метод математической индукции
   10. Приведите различные формы записи непрерывности функции в точке
2. Бесконечно малые функции и их основные свойства.
3. С помощью «ε-δ» рассуждений доказать непрерывность функции $f(x) = \cos x$.

Экзаменатор ___________ Шашкин А.И.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
"ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ"

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
Шашкин А.И.
«__» ______. 20___г

Направление: Мехатроника и робототехника
Дисциплина: математический анализ
Вид контроля: экзамен
Кафедра, отвечающая за дисциплину - МПА

Контрольно-измерительный материал №17

1. Теоретический минимум
   1. Дайте определение ограниченной последовательности
   2. Будут ли равномощными два любых конечных отрезка числовой прямой?
   3. Перечислите свойства бесконечно малых функций
   4. Дайте определение на языке «ε-δ» функции непрерывной слева
   5. Сформулируйте теорему о пределе монотонной последовательности (теорема Вейерштрасса)
   6. Перечислите свойства пределов числовых последовательностей
   7. Дайте определение предела функции по Коши
   8. Дайте определение функции эквивалентной при $x \to x_0$ другой функции
   9. Дайте определение биекции, или взаимнооднозначного соответствия
   10. Какие множества называются равными?
2. Различные формы записи непрерывности функции в точке.
3. С помощью «ε-δ» рассуждений доказать непрерывность функции $f(x) = ax + b$.

Экзаменатор ___________ Шашкин А.И.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
"ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ"

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
Шашкин А.И.
«__» ______. 20___г

Направление: Мехатроника и робототехника
Дисциплина: математический анализ
Вид контроля: экзамен
Кафедра, отвечающая за дисциплину - МПА

Контрольно-измерительный материал №18

1. Теоретический минимум
   1. Сформулируйте свойство компактности ограниченной последовательности (теорема Больцано – Вейерштрасса)
   2. Дайте определение сходящейся последовательности
   3. Дайте определение инъекции
   4. Дайте определение подмножества множества
   5. Дайте два определения верхней грани множества
   6. Дайте определение расширенного множества действительных чисел
   7. Дайте определение окрестности конечной точки
   8. Запишите первый и второй замечательные пределы
   9. Какие функции называются неявными функциями
   10. Дайте определение бесконечно большой последовательности
2. Различные формы записи непрерывности функции в точке.
3. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{7x^3 + 4x - 2}{3x^3 - 7x + 2}$.

Экзаменатор ___________ Шашкин А.И.

Описание технологии проведения Экзамен проводится на основе КИМ, составленных на основе вопросов для подготовки к экзамену и практического задания.

Критерии и шкалы оценивания

Оценка	Критерии оценок
Отлично	обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями, применяет их при решении практических задач
Хорошо	обучающийся демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, но допускает незначительные ошибки, неточности, испытывает затруднения при решении практических задач.
Удовлетворительно	обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускает значительные ошибки при решении практических задач
Неудовлетворительно	обучающийся демонстрирует явное несоответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям

Оценка промежуточной аттестации формируется как интегральная оценка по следующей формуле:

$$Q_{проматтест} = 0{,}5Q_{текаттес} + 0{,}5Q_{экз}$$

При округлении оценки используется правило округления. При получении оценки менее 3 баллов - выставляется «неудовлетворительно». Студент, выполнивший в полном объеме программу курса (выполнено практическое здание, контрольная работа с оценкой «отлично» и/или «хорошо» и имеющий посещаемость занятий 75% и более, на усмотрение преподавателя может быть освобожден от вопросов к экзамену. В этом случае промежуточная аттестация осуществляется по текущей аттестации. Итоговая оценка в этом случае, выставляется как балл по практическому заданию.

20.3 Задания раздела 20 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).